

PROYECCIONES MACROECONÓMICAS EN CHILE: UNA APROXIMACIÓN BAYESIANA

Carlos J. García.[†]

Ilades/Georgetown University y Universidad Alberto Hurtado

Pablo Gonzalez M.

Ilades/Georgetown University y Universidad Alberto Hurtado

Antonio Moncado S.

Ilades/Georgetown University y Universidad Alberto Hurtado

Resumen

En el presente trabajo se investiga la importancia de la introducción de información de fuera de la muestra (*priors*) en las proyecciones macroeconómicas en Chile. Para esto se evalúan tres tipos de modelos lineales que son de uso generalizado en los bancos centrales: BVAR, modelos reducidos neo Keynesianos y DSGE; todos estimados con econometría bayesiana. Además, usamos como *benchmark* modelos univariados de series de tiempo (AR(1) y *random walk*) pero estimados con MCO. Los resultados indican que (i) los DSGE entregan proyecciones similares a los BVAR dentro de un horizonte de un año para la inflación, brecha del PIB y la TPM, (ii) los *priors* son sólo útiles si provienen de modelos bien fundamentados, (iii) los modelos keynesianos reducidos -al adolecer de estos fundamentos- obtuvieron los peores resultados y (iv) en las proyecciones del tipo de cambio real (brecha) los modelos univariados (*puzzle* de Meese-Rogoff) siguen siendo superiores a todas las demás versiones multivariadas que fueron consideradas.

Palabras clave: Modelos de Proyección, Modelos DSGE, Intermediarios Financieros, Econometría Bayesiana

Clasificación JEL: E-32, E37

[†] E-mail: cgarcia@uahurtado.cl. Todos los errores y opiniones son de nuestra responsabilidad. Se agradece a Francisco Acosta y Ernesto Pasten por su colaboración en los comienzos de este proyecto.

Abstract

In this paper we investigate the importance of introducing information from outside of the sample (priors) for macroeconomic projections in Chile. The paper evaluates three types of lineal models that are widely used in central banks: BVAR, reduced neo Keynesian models, and DSGE, all models estimated with Bayesian econometrics. In addition, we use as benchmark univariate time series models (AR (1) and random walk) but estimated with OLS. The results indicate that (i) the DSGE models have projections as good as the BVAR in a one-year horizon for inflation, output gap, and the MPR, (ii) the prior information is only useful if this comes from models with correct micro foundations, (iii) the reduced neo Keynesian model has the worst results because this lacks of this solid foundations, and (iv) in the projections of the real exchange rate (gap), the univariate models (Meese-Rogoff *puzzle*) remain better than the multivariate models considered..

“Early on my career, I didn’t see that the difference between Bayesian and Classical thinking was very important. So I didn’t get involved in defending Bayesian viewpoints...I thought that was irrelevant. Then I noticed that it really made a difference...”

Christopher A. Sims¹

I. Introducción

En las últimas décadas, los bancos centrales han utilizado y desarrollado una gran variedad de modelos económicos y estadísticos para la proyección de la inflación, la evaluación de los efectos de la política monetaria -y otras variables- sobre el resto de la economía. Sin embargo, las turbulencias económicas de los últimos años han puesto en duda la calidad de las proyecciones hechas con estos modelos. En efecto, no obstante la amplia variedad existente de modelos económicos, ninguno de ellos ha superado categóricamente a los modelos estadísticos de series de tiempo para hacer proyecciones en tiempos normales. Sin embargo en períodos de crisis, ni siquiera los modelos estadísticos son útiles, ya que al romperse en forma abrupta el supuesto de estacionariedad de las series, estos modelos tienden erróneamente a proyectar las variables en sus valores de tiempos normales, en vez de tomar los valores correctos de una crisis.

El objetivo de este artículo es evaluar las proyecciones macroeconómicas en Chile, introduciendo información fuera de la muestra (*priors*) tanto en la estructura de modelos económicos lineales como en la estimación de sus parámetros. Los *priors* son parte esencial de lo que se conoce como econometría bayesiana: incorporar *priors* que hagan más razonables no sólo los valores de los parámetros sino también las estructuras económicas de los modelos. Así, la introducción de *priors* bien fundamentados permitiría importantes grados de flexibilidad que debieran mejorar el desempeño de los modelos económicos lineales. En efecto, la principal conclusión de este trabajo es que *priors* con claros fundamentos microeconómicos producen proyecciones tan buenas como las obtenidas con modelos de series de tiempo tradicionales (lineales y multivariados) y además son claramente superiores a las logradas con modelos reducidos Neo-Keynesianos. Esta conclusión es importante porque si bien no esperamos que estos modelos lineales más estructurados puedan predecir una crisis, sí nos deja mejor preparados para realizar análisis de escenarios alternativos una vez que las crisis se han desatado, puesto que modelan en forma explícita la estructura de la economía. Sin duda alguna que el desarrollo futuro de modelos económicos altamente no lineales debería hacer un mejor trabajo prediciendo estas crisis.

¹ Samuelson y Barnett eds. (2007). An Interview with Christopher A. Sims, Interviewed by Lars Peter Hansen. página 209.

En los registros de los bancos centrales, se pueden distinguir al menos tres grupos de modelos de proyección de variables económicas, todos en general lineales. El primer grupo considera modelos reducidos del tipo Neo-Keynesiano con expectativas racionales, es decir son modelos tipo IS-LM pero “ampliados” con expectativas racionales en la derivación de la curva de Phillips y la determinación del tipo de cambio, en el caso de considerar una economía abierta. El segundo grupo de modelos contempla una metodología econométrica que mejora los tradicionales modelos VAR mediante la incorporación de información fuera de la muestra, esta se conoce como VAR Bayesianos (o BVAR). En la estimación de un BVAR se imponen una serie de restricciones de naturaleza probabilística para mejorar la estimación y así las proyecciones. Estas restricciones no reflejan principios derivados de la teoría económica, sino consideraciones más bien sensatas de los investigadores, sin teoría, y asociadas con nociones de tipo puramente estadístico.

Por el contrario, un tercer grupo de modelos considera explícitamente muchos de los fundamentos microeconómicos que se han desarrollado en las últimas décadas en la teoría macroeconomía dinámica para explicar el comportamiento de los agentes privados, el gobierno y el banco central. Esta clase de modelos son conocidos como “modelos dinámicos estocásticos de equilibrio general” (o DSGE). Estos modelos incorporan una estructura económica mejor fundamentada -como las ecuaciones de Euler- para definir la dinámica del consumo y la inversión, rigideces de precios y salarios, utilización endógena de capital, bancos, costos de ajuste, entre otros, con lo cual estos modelos poseen un gran riqueza estructural para contar “historias”. Si bien en los ochenta y noventa esto ya era conocido por los macroeconomistas, los DSGE eran difíciles de implementar en los bancos centrales para su uso periódico por el gran número de ecuaciones y de parámetros a estimar. Recién en la década pasada los DSGE se han popularizado por los avances computacionales que han permitido un desarrollo más armónico entre academia y práctica (bancos centrales y gobierno).

En este artículo realizamos una evaluación de estos tres grupos de modelos (lineales) de proyección de variables económicas a través de un número importante de proyecciones fuera de muestra (dos años). Las variables macroeconómicas seleccionadas para la economía chilena son la brecha del producto, la brecha del tipo de cambio, la tasa de política monetaria y la inflación. Una descripción más detallada de las conclusiones de este artículo indican que los DSGE entregan proyecciones similares a los BVAR dentro de un horizonte de un año para la inflación, brecha del PIB y la TPM, los *priors* son sólo útiles si provienen de modelos bien fundamentados, por ejemplo los modelos Neo-Keynesiano reducidos sin una estructura clara obtienen el peor de los resultados. Sin embargo, ningún de los modelos multivariados, incluido el BVAR, superan a los modelos univariados en las

proyecciones de la brecha del tipo de cambio real (*puzzle* de Meese-Rogoff). Sin duda este es uno de los mayores desafíos de la nueva generación de modelos DSGE para realizar proyecciones razonables en economías abiertas como la chilena.

Este trabajo, en lo que sigue, se estructura de la siguiente manera: en la sección 2 se realiza una breve presentación y discusión de la literatura sobre modelos de proyección utilizados por los bancos centrales y su uso en Chile. Luego, en la sección 3, se presentan los modelos que fueron estimados para el ejercicio de proyección. Estos son: el modelo estructural reducido, el BVAR, el modelo DSGE con y sin intermediarios financieros. La sección 4 se muestra los resultados obtenidos de la predicción de estas variables por los tres modelos utilizados. Finalmente, en la sección 5, se entregan las conclusiones del trabajo.

II. Breve Revisión de la Literatura y su desarrollo en Chile

Dentro de la literatura encontramos trabajos que abordan los tres grupos de modelos comentados en la introducción de este trabajo. Un ejemplo reciente y de mucho interés para los bancos centrales es la propuesta de los economistas del FMI Berg, Karam y Laxton (2006a,b) que provee lineamientos teóricos y empíricos para el uso de un modelo Neo-Keynesiano reducido para la proyección del PIB, la inflación, el tipo de cambio real y la tasa de interés de política. En la misma línea está otro trabajo del FMI de Honjo y Hunt (2006) que realizan una estimación Bayesiana para Canadá, Islandia, Nueva Zelanda, Reino Unido y los Estados Unidos.

La esencia de estos modelos reducidos Neo-Keynesianos está en la curva de Phillips aumentada por expectativas racionales y con costos marginales (o actividad bajo ciertos supuestos), en vez de desempleo (Galí y Gertler, 1999). El soporte empírico se encuentra en Stock y Watson (1999) quienes concluyen que una curva de Phillips univariada con un índice de actividad reemplazando al desempleo produce mejores proyecciones a doce meses en EE.UU. Un resultado similar es encontrado por Canova (2007) para los países G7, quien encuentra que una curva de Phillips univariada es mejor para proyectar la inflación que modelos multivariados, incluyendo modelos estadísticos de series de tiempo. Sin embargo, Stock y Watson (2008) revierten su anterior conclusión, al afirmar que la estimación y las predicciones de una curva de Phillips tienen un desempeño “episódico”, ya que los resultados de las predicciones fuera de muestra son a veces mejores que modelos univariados simples de series de tiempo, y otras veces peores.

En Chile, está el trabajo seminal de García y Restrepo (2003) quienes estiman una curva de Phillips para el modelo de proyección Central de Chile (llamado MEP, Banco Central de Chile 2003). Es un primer intento por usar la brecha del producto

en vez de desempleo para explicar la inflación y hacer explícita la lenta transmisión de las fluctuaciones del tipo de cambio a precios. Más recientemente, Pincheira y Rubio (2010) evalúan la capacidad predictiva de cuatro modelos lineales “*backward-looking*” que describen la curva de Phillips para la economía chilena, utilizando una base en tiempo real con frecuencia mensual y considerando en todas las especificaciones una medida de actividad económica. Los autores concluyen que la capacidad predictiva de estas curvas de Phillips es limitada, y que el aporte del componente de actividad es moderado es inestable. Como alternativa Pincheira y García (2009) presentan diferentes modelos univariados (SARIMA y ESARIMA) como alternativa de *benchmark* para proyectar la inflación.

El segundo grupo de modelos tiene su génesis en Sims (1980). Una serie de elementos -en especial sobre la arbitrariedad de las restricciones, exclusiones y definición de variables endógenas y exógenas que imponían los modelos keynesianos tradicionales sobre las series de tiempo- llevaron a Sims a cuestionar el uso de estos modelos para realizar proyecciones. Por el contrario, el uso de modelos VAR, es decir, un conjunto de ecuaciones reducidas donde cada variable depende de sus propios rezagos, de los rezagos de las otras variables y de errores correlacionados, representaría una forma más parsimoniosa de modelar estas series de tiempo al no violar las restricciones que se obtienen de la teoría macroeconómica dinámica.

Sin embargo, el número de parámetros de un VAR puede ser muy grande, particularmente en relación con la cantidad de datos que normalmente está disponible para el análisis macroeconómico, sobre todo en economías en desarrollo como la chilena, en la que la disposición de datos es limitada y los datos trimestrales sólo están disponibles desde los años noventa. Así los modelos VAR a menudo implican la elección de algún método para imponer restricciones a los parámetros del modelo. Una estrategia son los modelos VARMA, que al incorporar un componente de media móvil se puede obtener una clase de procesos más flexible y realista según Lütkepohl (1993). Esto debido a que bajo ciertos supuestos de invertibilidad y estacionariedad se puede escribir un VARMA de orden finito como un VAR de orden infinito con lo cual se evita la sobre parametrización.

Sin embargo, la estrategia más popular para tratar con el problema de exceso de parametrización en los bancos centrales son los VAR bayesianos (BVAR). Las referencias seminales son Litterman (1980), Doan et al. (1984) y Sims (1993). Esta estrategia consiste en suponer que el mejor modelo para realizar una proyección es un *random walk*. Por lo tanto, el prior del primer rezago del VAR se distribuye normal con media uno y varianza γ , en cambio los parámetros de los rezagos mayores que uno de la propia variable se distribuyen normal pero con media cero y una función

que depende del largo del rezago, que por ejemplo puede ser $(\gamma/p)^2$, es decir, que se reduce con el largo del rezago p . Así, se minimiza el riesgo de estar incorporando parámetros de rezagos muy lejanos que por casualidad son diferentes de cero y que afectan o ensucian el resultado de las proyecciones.

La estrategia de Litterman (1980) se conoce por Minnesota *prior* y ha sido la más usada, no sólo por sus resultados sino también porque ya está automatizada en programas econométricos como RATS o códigos de EViews. Pero existen otras opciones de *prior* como distribuciones Difusa, Normal-Wishart, Normal-Difusa, etc. (Kadiyala y Karlsson, 1997). Si bien alguna de estas distribuciones pueden resultar ser un mejor *prior* que el de Minnesota para un problema económico específico, ninguna de ellas proviene de la teoría económica y con ello su alcance está limitado a las proyecciones y prácticamente no se puede construir historias o interpretaciones de esos resultados. Sin embargo, son muy útiles como *benchmark* para los DSGE, puesto que un buen DSGE por lo menos debe proyectar tan bien como un BVAR. La separación entre modelos para proyecciones por un lado y explicaciones por otro lado ya no es válido: un DSGE de gran escala que no proyecta bien simplemente no es un buen modelo.

Los modelos VAR en Chile tienen una larga historia en especial como herramienta de proyecciones en el Banco Central de Chile. Por citar algunos autores, Valdés (1997), Landerreche et al. (1999), García (2001) y Mies et al. (2002). Todos diseñados para medir la transmisión de la política monetaria y ser usado para tareas de proyección en diferentes versiones: primeras diferencias, diferencias en doce meses, niveles con tendencia, con vectores de cointegración, y con diferentes variables exógenas (PIB externo, tasa de interés externa, precios de commodities (cobre y petróleo, etc.)). La experiencia con BVAR es más reciente, un trabajo que es punto de partida de la literatura en Chile es Jaramillo (2009) que concluye “que los BVAR presentan errores comparables o menores que las alternativas tradicionales de series de tiempo y VAR estimado de manera clásica”.

El tercer grupo de modelos tienen su origen en el artículo de Smets y Wouter (2003, 2007) y Christiano et al. (2005), después de estos trabajos la estrategia de usar DSGE para proyecciones se ha diseminado entre los bancos centrales. Por ejemplo Christoffel et al. (2008) hacen una estimación Bayesiana de un DSGE llamado “New Area-Wide Model” (o NAWM) de la zona euro, diseñado para ejercicios de proyección macroeconómica del Banco Central Europeo. Este modelo incluye rigideces en precios y en salarios, utilización de capital endógeno y costos de ajuste. En Christoffel et al. (2010) se presentan las proyecciones del NAWM y se comparan con las proyecciones de modelos no estructurales, como los BVAR's, concluyéndose

que el NAWN lo hace razonablemente bien. Otros ejemplos son el modelo SIGMA de la FED (Erceg et al. 2006), GEM del FMI (Laxton y Pesenti, 2003), etc.

En Chile, los modelos DSGE se han desarrollado desde mediados de la década pasada. Las primeras versiones son García y Restrepo (2006), Soto y Medina (2006, 2007), Céspedes et al. (2010) y García et al. (2011) han sido utilizadas para diferentes propósitos. En el Banco Central de Chile algunos de estos estudios dieron nacimiento al llamado MAS, modelo DSGE que complementa las proyecciones que se realizan con múltiples modelos de series de tiempo univariados, VAR y sus derivados, y el MEP, modelo Neo-Keynesiano reducido (Banco Central de Chile, 2003), el juicio de los *policymakers*, etc. Desde una perspectiva bayesiana, con los modelos DSGE en Chile ha comenzado una búsqueda sobre los verdaderos *priors* de la economía chilena. Reemplazando los criterios estadísticos que son posibles con un BVAR o VAR con estructuras que se impone directamente de la moderna macroeconomía dinámica.

III. Modelos

1. Modelo Estructural Reducido

A modo de ejemplo de modelo reducido, utilizamos una versión pequeña y sintetizada de un modelo Neo-Keynesiano con expectativas racionales propuesta por Berg, Karam y Laxton (2006a,b). Este modelo posee cuatro ecuaciones relevantes que describen la relación de la brecha del producto, una curva de Phillips, una ecuación para el tipo de cambio y una función de reacción de la política monetaria. Las ecuaciones son las siguientes:

Demanda Agregada

$$ygap_t = \beta_1 \cdot ygap_{t-1} + \beta_2 \cdot ygap_{t+1} - \beta_3 \cdot rrgap_{t-1} + \beta_4 \cdot zgap_{t-1} + \beta_5 \cdot ygap_t^* + \varepsilon_t^{ygap} \quad (2.1)$$

donde $ygap_t$ denota la brecha del producto, $rrgap_t$ es la brecha entre la tasa de interés real y su valor de equilibrio, $zgap_t$ es la brecha entre el índice del tipo de cambio real y su valor de equilibrio, $ygap_t^*$ es la brecha de producto externa y ε_t^{ygap} es el proceso estocástico del error.

Inflación

$$\pi_t = \delta_1 \cdot \pi_{t+4}^4 + (1 - \delta_1) \cdot \pi_{t-1}^4 + \delta_2 \cdot ygap_{t-1} + \delta_3 \cdot \Delta z_t + \varepsilon_t^\pi \quad (2.2)$$

donde π_t es la tasa trimestral anualizada del índice de precios del consumidor, π_t^4 es una media móvil de cuatro trimestres de la inflación trimestral anualizada, Δz_t es la primera diferencia en el índice del tipo de cambio real, y ε_t^π es el proceso estocástico del error.

El tipo de cambio real

$$z_t = \phi \cdot z_{t+1} + (1 - \phi) \cdot z_{t-1} - (rr_t - rr_t^*) / 4 + \varepsilon_t^z / 4 \quad (2.3)$$

donde z_t es el logaritmo del índice del tipo de cambio real, rr_t es la tasa de interés real doméstica, rr_t^* es la tasa de interés real extranjera, y ε_t^z es el proceso de error estocástico.

Función de reacción de la política monetaria

$$rs_t = \alpha_1 \cdot rs_{t-1} + (1 - \alpha_1) \cdot (rr_eq_t + \pi_t^4 + \alpha_2 \cdot (\pi_{t+4}^4 - \pi^T) + \alpha_3 \cdot ygap_t) + \varepsilon_t^{rs} \quad (2.4)$$

donde rs_t es la tasa de política anualizada de corto plazo, rr_eq_t es la tasa de interés de equilibrio, π^T es la tasa de inflación meta, y ε_t^{rs} es el proceso estocástico del error.

El sector externo, las definiciones y los shocks se explican con detalle en el Anexo V.

2. Modelo BVAR

Formalmente, consideremos n variables del vector autorregresivo de orden p , $VAR(p)$, dado por:

$$y_t = \Gamma_1 y_{t-1} + \dots + \Gamma_p y_{t-p} + \mu + \varepsilon_t \quad (2.5)$$

donde y_t es un vector $N \times 1$ de series de tiempo no-estacionarias, μ es un vector $N \times 1$ de coeficientes constantes y ε_t es un vector $N \times 1$ de errores. Las matrices Γ_1 a Γ_p representan las matrices $N \times 1$ de parámetros a estimar. El $VAR(p)$ es, por lo tanto, un set de ecuaciones en las cuales cada variable depende de una constante y de los rezagos de las N variables del sistema.

En este artículo, decidimos utilizar el prior Minnesota del BVAR, es decir, cada serie del sistema estaría mejor descrita como un *random walk* alrededor de un componente determinístico desconocido. Así, la distribución *prior* para la variable n es dada por:

$$y_{n,t} = \mu_n + y_{n,t-1} + \varepsilon_{n,t} \quad (2.6)$$

La ecuación n del VAR puede escribirse, considerando el supuesto de *random walk*, así:

$$y_{n,t} = \mu_n + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^p \delta_{n,j}^i y_{n,t-i} + \varepsilon_{n,t} \quad (2.7)$$

Entonces los *priors* para las medias de los parámetros se distribuyen en forma normal:

$$\delta_{n,j}^i = \begin{cases} \sim N(1, S(i, j)^2) & \text{si } i = 1, n = j \\ \sim N(0, S(i, j)^2) & \text{si } i > 1, n \neq j \end{cases} \quad (2.8)$$

Litterman (1986) propone la siguiente función para la dispersión de los parámetros alrededor de los prior, donde además se considera las desviaciones estándar de cada una de las n ecuaciones (s_n) obtenidas de regresiones no restringidas con MCO:

$$S(i, j) = \frac{\lambda_{s_i}}{is_j} \quad (2.9)$$

El prior depende de los diferentes λ definidos (o grado de “*tightness*” o hiperparámetro), por ejemplo Litterman (1986) selecciona rangos entre 0.1 y 0.5 y luego compara los resultados de las proyecciones, él obtiene sus mejores resultados con un valor de 0.2. Zaman (1996) propone estimaciones directas del hiperparámetro λ a través de ML o GMM, pero nuevamente en el espíritu bayesiano éste debería responder al juicio de los investigadores más que a un simple ajuste de los datos.

Las estimaciones (posterior) bayesianas de modelos lineales con parámetros distribuidos linealmente son tan fáciles de calcular (ver Zaman (1996), página 57) como los MCO de la econometría tradicional. Estas estimaciones son sólo medias ponderadas entre los valores de los priors y los obtenidos a través de MCO para un VAR reducido estándar. Litterman (1986) reduce (2.5) a $Y = X\beta + \varepsilon$ donde los X representan los rezagos. Si la estimación de MCO es $\beta^{MCO} \sim N(\beta, \sigma^2 X'X^{-1})$ y el prior expresado en términos simples es $\beta^{prior} \sim N(\mu, \lambda^2 \Omega)$. Entonces, suponiendo

por simplicidad que σ^2 es conocido, el posterior es $\beta^{posterior} \sim N(m, V)$, donde $V^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} X'X + \frac{1}{v^2} \Omega^{-1}$ y $m = V \left(\frac{1}{\sigma^2} X'X \beta^{MCO} + \frac{1}{v^2} \Omega^{-1} \mu \right)$.

En consecuencia, si existe mucha imprecisión con los datos, porque estos son pocos o de mala calidad, como muchas veces ocurre en el análisis macro, es decir, un σ^2 alto, entonces las estimaciones serán más cercanas al prior y hay una probabilidad de mejorar las proyecciones. El ajuste de datos que hace la econometría “frecuentista” con muestras que presentan estos problemas, simplemente produce un sobre ajuste del modelo con parámetros difíciles de explicar, inestables, en la medida que se agregan nuevos datos, y que en la práctica resulta en proyecciones fallidas.

3. Modelos DSGE

En el Anexo V se presenta los detalles de los modelos DSGE usados para el ejercicio de proyección. En términos esquemáticos, la **Figura 1** ilustra la estructura general del modelo. Debemos destacar que la estructura de estos modelos y las restricciones sobre los valores de sus parámetros funcionan en si como priors para las estimaciones bayesianas. Por eso la gran cantidad de detalle de los fundamentos microeconómicos de los DSGE es sin duda una importante fuente de priors que permite restringir en forma más precisas las estimaciones y en consecuencia mejorar las proyecciones.

Los DSGE de este trabajo suponen dos tipos de consumidores, los “ricardianos”, es decir, aquellos que tienen acceso al mercado de capitales, y las restringidos que financian su consumo con el ingreso del trabajo neto de las transferencias del gobierno. Existen dos tipos de firmas, las productoras de bienes y la de capital. Estas últimas financian sus inversiones con préstamos de los bancos privados que a su vez reciben fondos desde las familias. Las empresas de bienes necesitan petróleo para distribuir sus productos y los ofrecen no sólo al mercado doméstico sino también al sector externo (exportaciones). Se adiciona también un sector exportador de cobre que por motivos de simplicidad (García et al. 2011) tiene una oferta completamente inelástica y todas las fluctuaciones de los ingresos provienen de cambios en el tipo de cambio y en el precio del internacional del cobre. El sector externo también contribuye con fondos, deuda externa, pero con una tasa de interés internacional ajustada por el premio por riesgo, que se supone crece con el nivel de deuda externa.

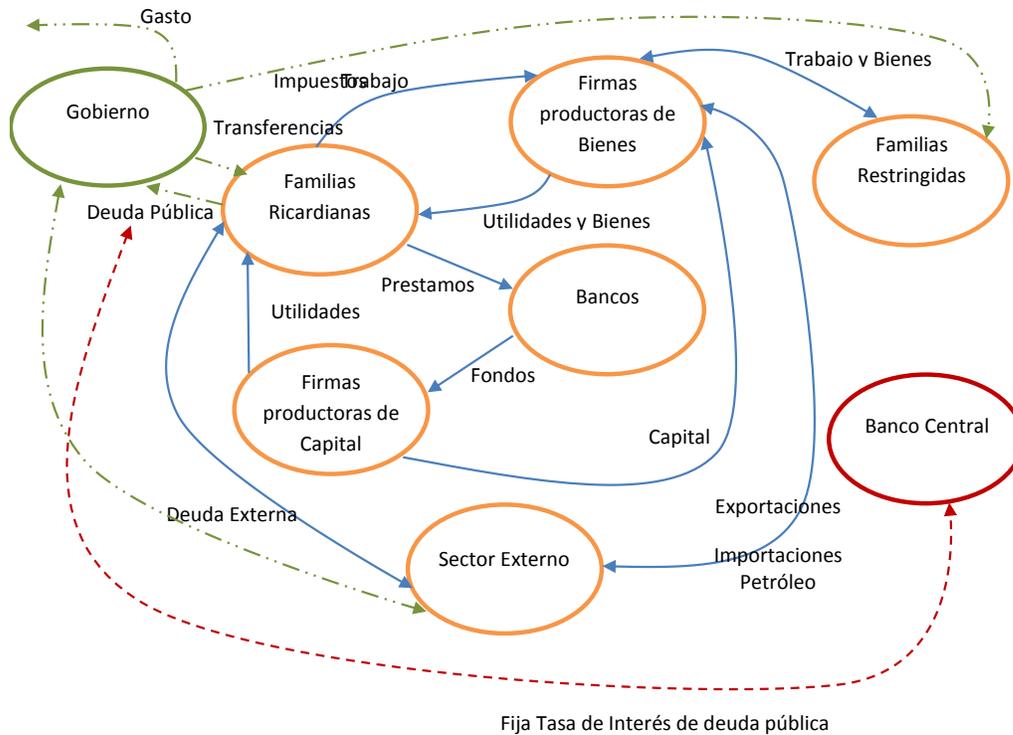
Las imperfecciones de los DSGE de este trabajo son variadas, razón por la cual pertenecen a la clase de modelos keynesianos en especial a lo que respecta a los precios. Así suponemos que precios y salarios son rígidos, con lo cual la producción es determinada en el corto plazo por la demanda. Además, hay rigideces reales utilizadas también en modelos más clásicos, como los RBC, como lo son los costos de ajustes en la inversión y en las demandas por insumo. Además, ambos modelos tienen diferentes imperfecciones en el mercado de capitales, tema que se ha vuelto más contingente desde la crisis financiera internacional del 2008-10. Primero, están las restricciones de crédito a un grupo de las familias como se explicó previamente, segundo, una oferta no completamente elástica por fondo externos (premio por riesgo) y tercero los bancos privados pueden también restringir el crédito privado. El objetivo último de la introducción de este elemento es principalmente medir cuánto pueden mejorar las proyecciones de los DSGE, en especial las proyecciones del producto, si se incorpora más realismo en el funcionamiento del sistema financiero durante el ciclo económico.

Decidimos modelar las restricciones de crédito por parte de los bancos basándonos en el trabajo de Gertler y Karadi (2011). Igualmente que estos autores suponemos, que los bancos privados pueden decidir devolver o no los fondos a las familias (riesgo moral). Por lo tanto, las familias estarán más dispuestas a entregar más fondos y los bancos a aumentar sus préstamos (leverage) si existen expectativas positivas sobre la economía. En caso contrario, los bancos y las familias reducen su exposición en la economía, cayendo el crédito privado para las empresas productoras de capital.

Esta última diferencia en particular, nos hace distinguir el DSGE en dos tipos, uno sin intermediarios financieros (en realidad estos agentes si están presentes pero son un “velo” y por tanto su modelación es irrelevante) y con intermediarios, es decir, donde los bancos privados son importantes por la existencia del riesgo moral de desviación de fondos. Efectivamente, un empeoramiento de las perspectivas económicas hace que las familias estén menos dispuestas a entregar fondos a los bancos, con lo cual estos agentes reduce su “leverage” y por ende termina cayendo el crédito privado a las empresas productoras de capital.

Por último, el banco central y el gobierno son modelados a través de reglas simples. Así el banco central sigue una regla de Taylor en función de la inflación, la brecha del producto, y el tipo de cambio real dada la evidencia encontrada por García y González (2010) para un grupo de economías emergentes. En cambio el gasto del gobierno es modelado sólo por simplicidad por una variable aleatoria, financiado con deuda, doméstica y externa, e impuestos *lump sum*.

Figura 1 Estructura de los DSGE



IV. Resultados

El ejercicio de proyección se centra en las principales variables que los bancos centrales consideran para definir su política monetaria (por ejemplo ver los informes de inflación de los bancos centrales de Chile, Inglaterra, Brasil, etc.). Éste consiste en predecir el comportamiento de las siguientes variables: Inflación (IPC e IPCX1), brecha del producto, brecha del tipo de cambio y tasa de política monetaria.

La metodología de predicción utilizada contempla proyecciones de las cuatro variables mencionadas para los períodos 2005Q4 a 2008Q4. En cada período el ejercicio consiste en hacer proyecciones 8 períodos hacia adelante. Luego, se procede a calcular el error cuadrático medio o RMSE para cada una de las 8 proyecciones obtenidas en cada período. El RMSE se calcula de la manera tradicional (2.10) y donde $\hat{\theta}$ es el valor de la variable obtenido en el ejercicio de predicción y θ es el valor que efectivamente tomó la variable en el período del ejercicio.

$$RMSE(\hat{\theta}) = \sqrt{E\left((\hat{\theta} - \theta)^2\right)} \quad (2.10)$$

Los *benchmark* son los modelos de series de tiempo: AR (1), Random Walk y BVAR. En general, las estimaciones realizadas permiten confirmar el buen desempeño de los modelos AR(1), seguidos por los BVAR, utilizando las dos definiciones alternativas para la tasa de inflación, siendo superiores a la opción del Random Walk.

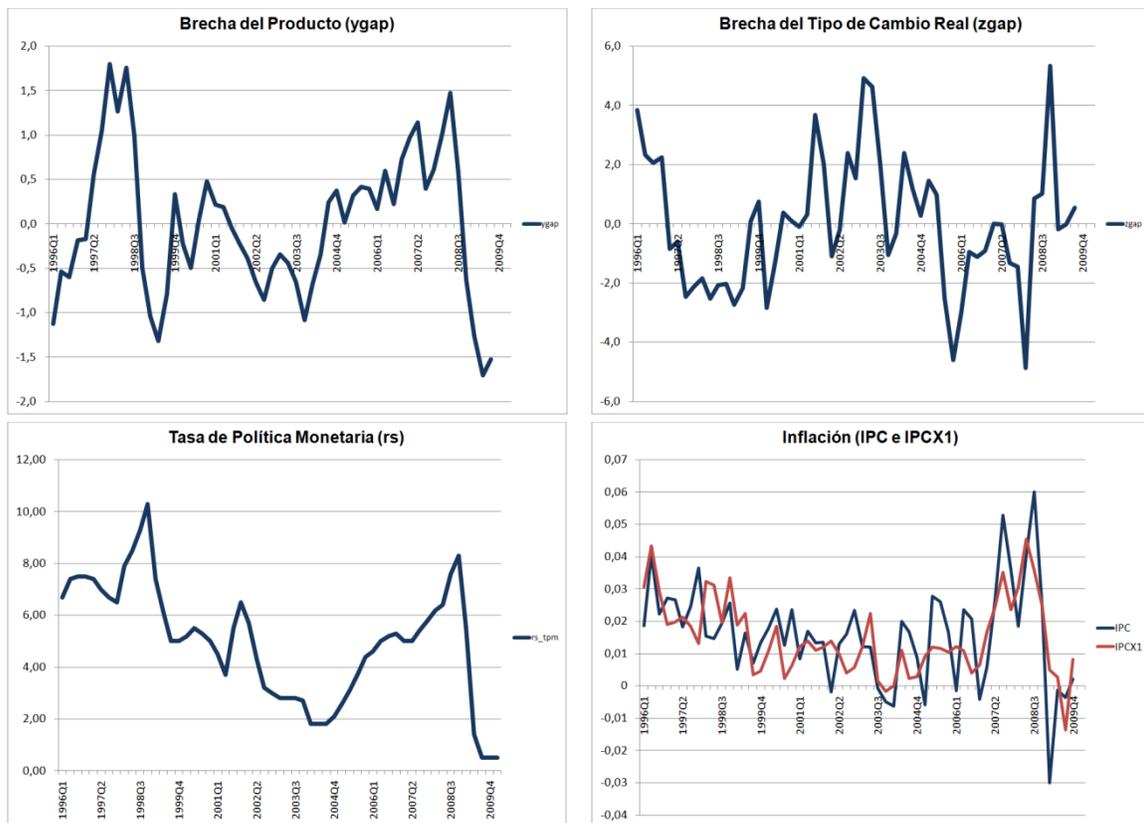
Para la estimación Bayesiana del modelo estructural reducido, se utilizaron datos de la brecha del producto, la brecha del tipo de cambio real, la tasa de política monetaria y la inflación (IPC). Las series desestacionalizadas son publicadas por el Banco Central de Chile.

Para la obtención de la brecha del producto y la brecha del tipo de cambio se utilizó el filtro de Hodrick y Prescott modificado. Es conocido en la literatura relacionada a la metodología de la descomposición de series de tiempo, que el filtro de Hodrick y Prescott tiende a igualar los valores iniciales y finales a la tendencia obtenida. Es por esto, que en la obtención de las tendencias de las series mencionadas, ajustamos los valores iniciales y finales conforme a las proyecciones reportadas en los Informes de Política Monetaria del Banco Central de Chile (IPOM).

En la **Figura 2**, se muestra la evolución de las variables mencionadas en el periodo de muestra utilizado en la estimación del modelo. Además de las variables domésticas antes mencionadas, se utilizaron en la estimación Bayesiana datos de la brecha del producto, la inflación y la tasa de política monetaria externas. Para la construcción de estas variables, se utilizaron datos de los principales países con los cuales Chile tiene intercambio comercial: China, Japón, EE.UU. y Europa.

Los datos para la construcción de las series externas fueron obtenidos del Departamento de Información Estadística de la OECD. La periodicidad de las series domésticas y externa es trimestral y el período de muestra va desde 1996Q1 a 2010Q1. Una vez obtenidos las series de la brecha del producto, inflación (IPC) y la tasa de política monetaria de cada uno de estos países, procedimos a ponderar estas series de modo que estas reflejen el grado de importancia comercial que cada uno de ellos tiene con Chile, para finalmente construir las tres series de los datos externos. En la **Figura 3**, se muestra la evolución de estas variables macroeconómicas externas.

Figura 2: Evolución de variables macroeconómicas domésticas utilizadas en la estimación del modelo estructural reducido

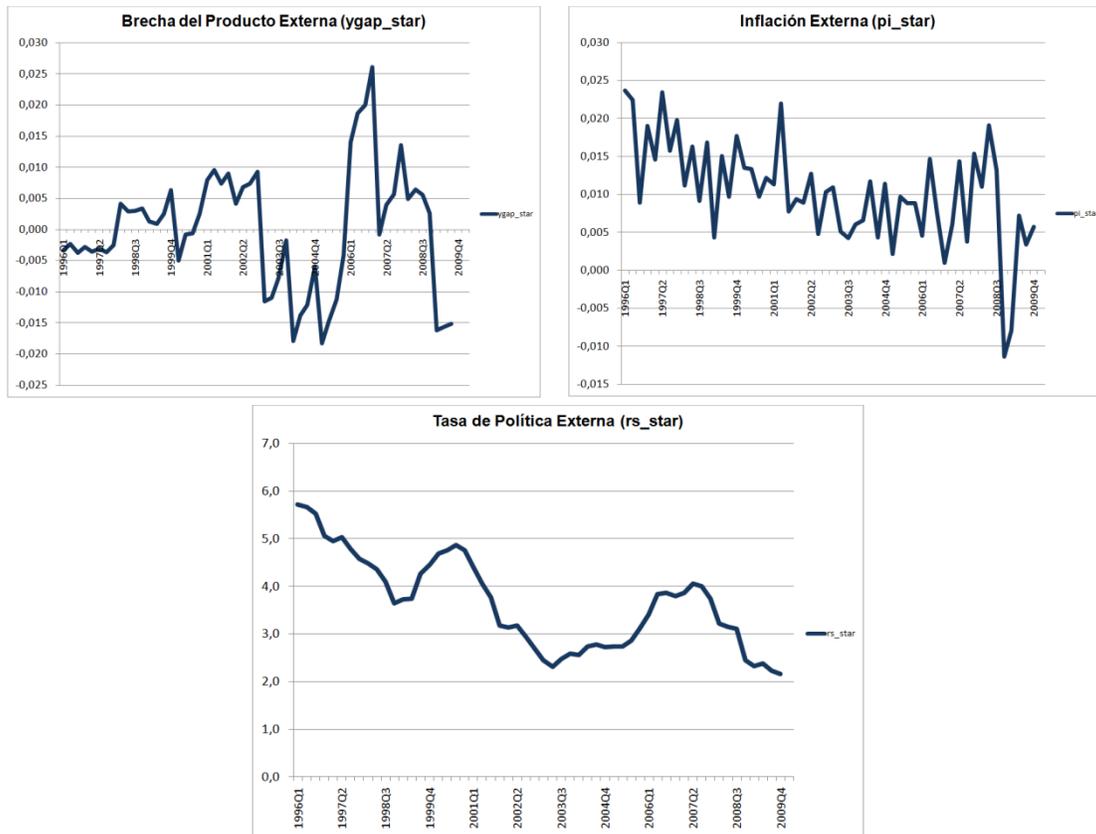


Fuente: Banco Central de Chile y elaboración propia

En la estimación Bayesiana de los modelos DSGE con y sin intermediarios financieros y del modelo BVAR se utilizaron 16 series de tiempo: Producto Interno Bruto, Consumo, Inversión, Gasto de Gobierno, Exportaciones, Importaciones, Tipo de Cambio Real, Tasa de ocupación, Precio del Petróleo, Precio del Cobre, Índice Bursátil (IPSA), Salario Real, Producto Externo, Tasa de interés nominal de corto plazo, Inflación, y Tasa de interés nominal de corto plazo externa.

Los datos de todas las series de tiempo fueron construidos en base a información publicada en el Banco Central de Chile. La periodicidad de la series es trimestral y el período de muestra va desde 1996Q1 a 2010Q1.

Figura 3: Evolución de variables macroeconómicas externas utilizadas en la estimación del modelo estructural reducido



Fuente: Banco Central de Chile y elaboración propia

Los resultados de las estimaciones para los modelos DSGE y el neo-Keynesiano reducido están reportados en los **Anexos I y II**. En esto se demuestra que en general los resultados estimados para la economía chilena están en línea con las predicciones de la teoría económica que dan soporte a cada una de estas estrategias de modelación. En particular nos concentramos en los resultados obtenidos si a los modelos se les aplica un shock a la TPM, obteniéndose resultados parecidos a los descritos por Galí (2008) y Woodford (2003) para modelos de corte Keynesiano: un aumento de la tasa de interés deprime la economía y con eso cae la inflación.

El primer ejercicio se realiza tomando como indicador de evolución del nivel general de precios el IPC, e introduciendo los modelos más desarrollados o complejos (estructural reducido y las dos versiones del DSGE –con y sin intermediarios financieros). Esto no sólo permite comparar los DSGE con los modelos de series de tiempo, sino también conocer las ganancias, en términos de reducción de los márgenes de error, si se decide reemplazar un modelo reducido por uno más

complejo. La inclusión de los intermediarios financieros, a su vez, abre la posibilidad de testear si complejizando del propio DSGE se pueden obtener mejores resultados en las proyecciones. La **Figura 4** resume los resultados de este ejercicio y muestra la comparación de los RMSE obtenidos para todas las variables y todos los modelos considerados (ver **Anexo III** donde se presentan las tablas con los detalles).

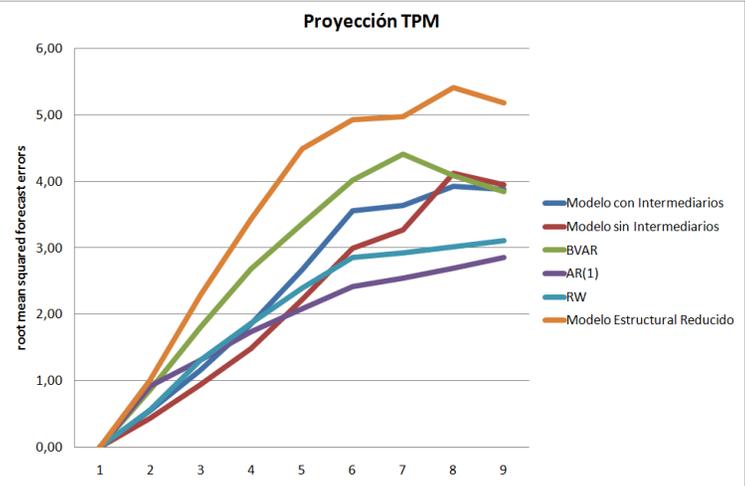
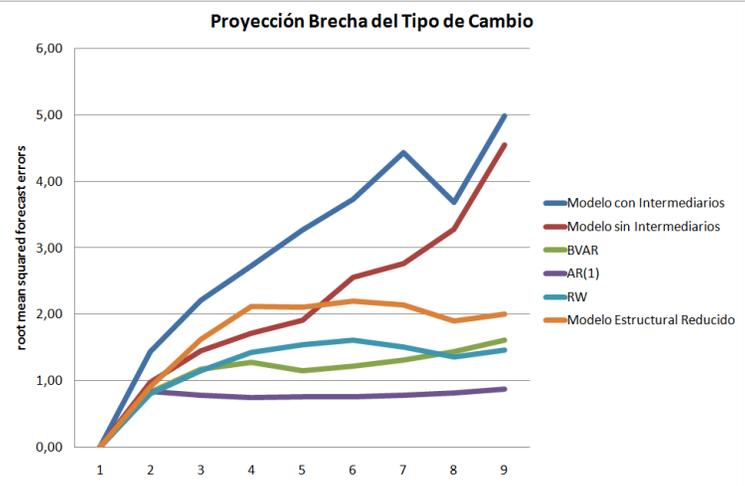
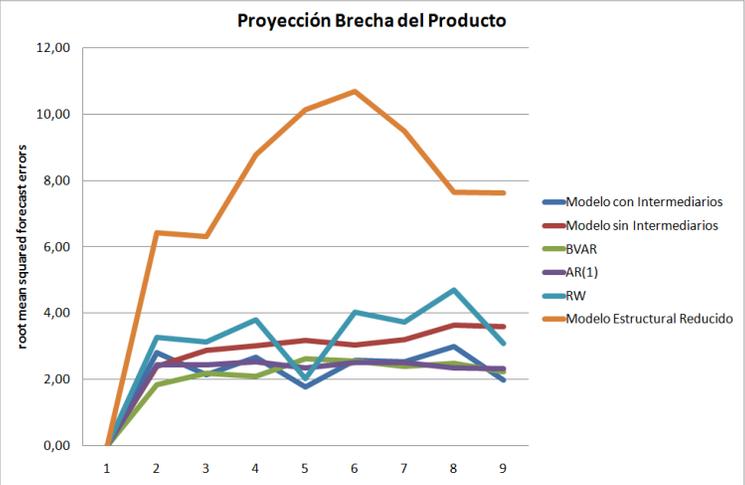
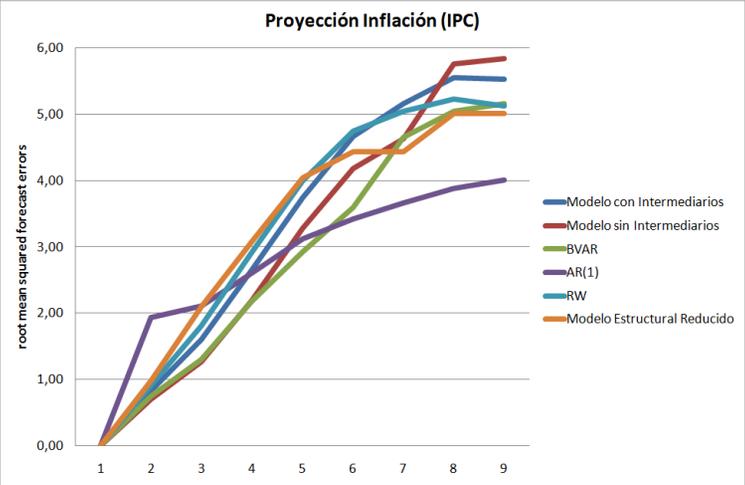
En general, se observa un buen desempeño de los modelos DSGE, tanto con como sin intermediarios financieros. En particular, llama la atención la capacidad para la proyección de inflación (variable clave en la determinación de la política monetaria) del modelo sin intermediarios en el plazo de los cuatro primeros trimestres, asemejando la performance del modelo BVAR. Ambos modelos superan a los univariados de series de tiempo. En destacamos el pobre desempeño del modelo reducido neo-Keynesiano, cuyas proyecciones empeoran fuertemente después del primer año. Estos resultados permiten levantar la hipótesis de que la simple introducción de restricciones (tal como se realiza en el modelo neo-Keynesiano) no parece ser la clave, sino que es necesario un adecuado modelamiento de la estructura microeconómica y dinámica de la economía. Sin este andamiaje teórico, la aproximación estadística del BVAR seguirá siendo la mejor alternativa.

En el caso de la brecha del producto, la **Figura 4** indica que el modelo BVAR, el AR (1) y el DSGE con intermediario resultan ser los mejores para predecir, manteniendo esa capacidad predictiva incluso hasta el horizonte de los dos años. Con resultados muy cercanos pero con peores errores promedio de predicción se encuentra el DSGE sin intermediarios y el modelo simple de *Random Walk*. Este resultado confirma nuestra propia “prior” de que complejizar adecuadamente los DSGE mejora las proyecciones. En particular dejar de suponer mercado de capitales perfectos permite mejorar las proyecciones la brecha del PIB.

En el caso de la Tasa de Política Monetaria (TPM), la **Figura 4** también indica que dentro del primer año, los dos modelos DSGE logran aproximar las predicciones de los modelos univariados y superando claramente a las alternativas del BVAR y del modelo reducido neo-Keynesiano. Después del primer año, todos los modelos empeoran, tanto los DSGE como los univariados.

No obstante se confirma que los modelos multivariados (incluidos el BVAR) no son capaces de hacer buenas proyecciones para la brecha del tipo de cambio real. Este resultado no es nuevo y es coincidente con los reportados a principios de los ochenta por Meese y Rogoff (1983), y aún vigente según Chen et al (2010), quienes siguen encontrando que la mejor manera de proyectar el tipo de cambio es con un *Random Walk*.

Figura 4: RMSE del ejercicio de proyección considerando IPC



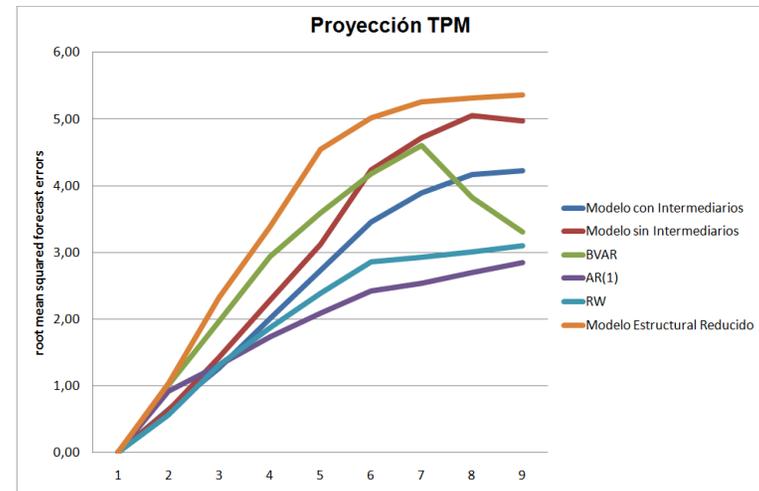
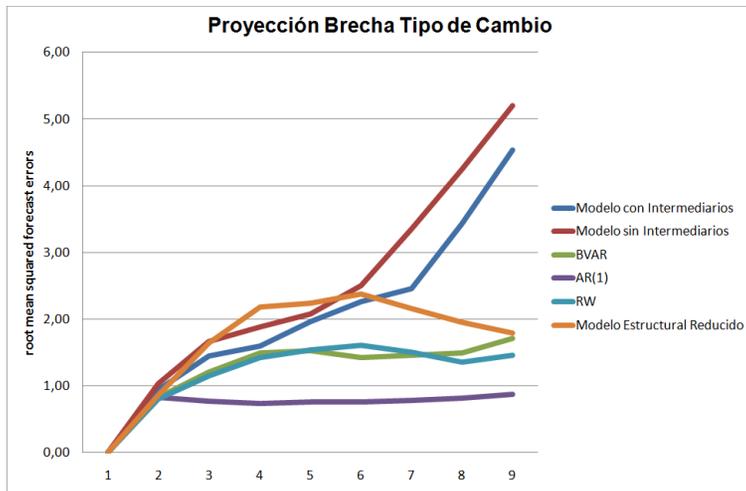
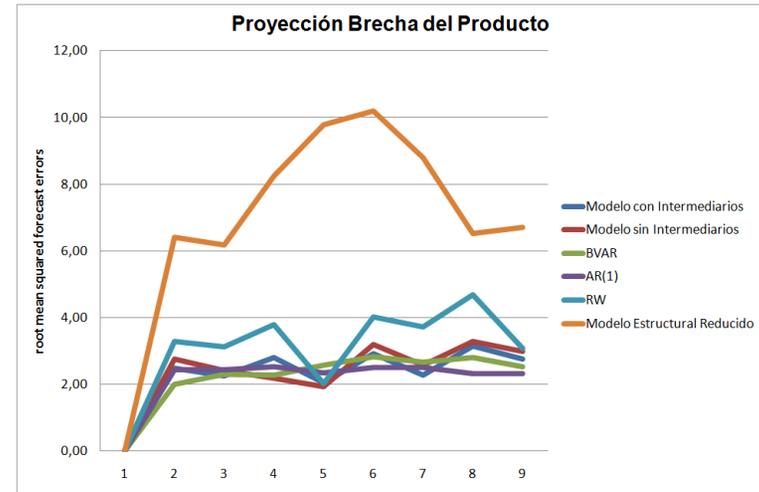
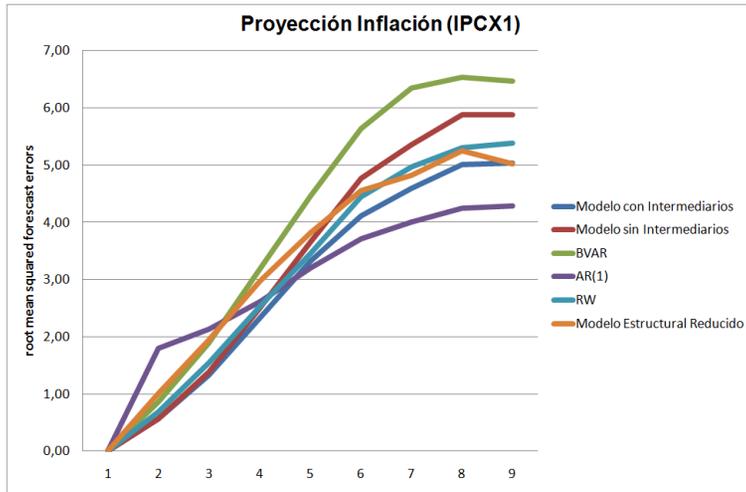
El ejercicio de proyección anterior fue realizado también utilizando la medida de inflación subyacente, **IPCX1**, indicador que a diferencia del IPC no considera la evolución de algunos precios de la economía que presentan alta volatilidad. En general no hay diferencias significativas con la alternativa de utilizar simplemente el IPC (ver **Figura 5**).

A partir de la información presentada en la **Figura 5**, al parecer el DSGE con intermediarios resulta tan bueno como el sin intermediarios en proyectar la inflación, especialmente en el horizonte de un año. En relación a la brecha del producto se mantiene el predominio del DSGE con intermediarios, lo que se confirma también en el caso de las proyecciones para la TPM. Por otro lado, en el **Anexo I** podemos observar, sin embargo, que las estimaciones con inflación IPC tuvieron una mejor convergencia al algoritmo de estimación que las estimaciones realizadas con datos de inflación subyacente IPCX1 (ver **Anexo I y II**).

Si bien los resultados utilizando IPCX1 parecieran no cambiar significativamente a los ya observado a través de la **Figura 4**, la supremacía relativa, aunque sostenida del modelo DSGE con intermediarios podría brindar los argumentos para fundamentar la necesidad de modelos de proyección basados en la teoría económica, permitiendo una mejor comprensión de los procesos e interacciones entre agentes de la economía.

Sin embargo, nuevamente, se vuelve a confirmar lo mencionado anteriormente respecto a la supremacía de los modelos univariados de series de tiempo para proyectar el tipo de cambio real. Al respecto, Engel y West (2005) argumenta que si los fundamentales del tipo de cambio son $I(1)$ y la tasa de descuento cercana a uno, entonces el tipo de cambio debería comportarse “casi” como un *Random Walk* en línea con ser esta variable el precio de un activo altamente volátil. Aún más Rogoff y Stavrakeva indican que algunos estudios indicando éxitos en las proyecciones del tipo de cambio tales como Gourinchas y Rey (2007), Engel, Mark y West (2007) y Molodtsova et al. (2008) adolecen de importantes errores metodológicos. Sin duda que es esta es un área en pleno desarrollo y la introducción de nuevos elementos que reflejen mejor la microestructura del mercado cambiario pueda ayudar a los modelos DSGE a mejorar su desempeño en las proyecciones del tipo de cambio.

Figura 5: RMSE del ejercicio de proyección con IPCX1



V. Conclusiones

El objetivo de este trabajo es evaluar la introducción de información fuera de la muestra (*priors*) en los modelos de proyección lineales que comúnmente son utilizados por los bancos centrales para la implementación de la política monetaria. Así se desarrollaron una serie de ejercicios de proyección de variables macroeconómicas, comparando los resultados de dos modelos DSGE (con y sin intermediarios financieros), un modelo BVAR, un modelo neo-Keynesiano reducido todos estimados con econometría bayesiana. Al mismo tiempo, se incluyeron procesos univariados estimados con MCO (AR(1) y *Random Walk*) para ser usados como *benchmark*.

En los ejercicios de proyección se pudo observar que la introducción de información a priori en los modelos DSGE permite para el caso de la inflación, la brecha del PIB y de la TPM tener proyecciones tan buenas como los BVAR dentro del primer año, después de ese horizonte todos los modelos empeoran. Un importante resultado es que los DSGE son muy superiores a los modelos también Keynesianos pero reducidos, ambos estimados con técnicas bayesianas.

En otras palabras, concluimos que la información a priori debe ser introducida con precisión (bien identificada) para representar en forma razonable la estructura de la economía chilena. En caso contrario el modelo acumula “basura” que le impide superar la estrategia estadística de series de tiempo de usar el simple “prior” de reducir la importancia de los rezagos a medida que estos se alejan en el tiempo (BVAR Minnesota). En esta misma línea, la incorporación de intermediarios financieros resultó ser útil en proyectar la brecha del PIB sin empeorar las proyecciones de inflación y TPM. Así, estos resultados favorecen la introducción de DSGE cada vez más complejos pero realista en las tareas de proyección.

Sin embargo, en los dos ejercicios de proyección, con los datos de la inflación proveniente del IPC y de la inflación subyacente IPCX1, ninguno de los dos DSGE y el BVAR pudieron superar las proyecciones de la brecha del tipo de cambio de los procesos AR(1) y *Random Walk*. Este resultado coincide con el puzzle presentado por Meese y Rogoff (1983) y Chen et al. (2010) y es sin duda es uno de los mayores desafíos de la nueva generación de modelos macro DSGE para realizar proyecciones razonables en economías abiertas.

Referencias

- AN, S. y F. SCHORFHEIDE (2007). "Bayesian Analysis of DSGE Models", *Econometric Reviews*, Vol. 26(2), pp. 113-172.
- BANCO CENTRAL DE CHILE (2003). "Modelos macroeconómicos y proyecciones del Banco Central de Chile", Banco Central de Chile. Santiago, Chile.
- BERG, A.; P. KARAM y D. LAXTON (2006a). "A Practical Model-Based Approach to Monetary Policy Analysis—Overview", IMF Working Papers 06/80, International Monetary Fund.
- BERG, A.; P. KARAM y D. LAXTON (2006b). "Practical Model-Based Monetary Policy Analysis—A How-To Guide", IMF Working Papers 06/81, International Monetary Fund.
- BROOKS, S. P. y A. GELMAN (1998). "General methods for monitoring convergence of iterative simulations". *Journal of Computational and Graphical Statistics*, Vol. 7(4), pp. 434-455.
- CANOVA, F. (2007). "G-7 Inflation Forecasts: Random Walk, Phillips Curve or What Else?", *Macroeconomic Dynamics*, Vol. 11(01), pp. 1-30.
- CÉSPEDES, L. F.; J. FORNERO y J. GALÍ (2010). "Non-Ricardian Aspects of Fiscal Policy in Chile", Conferencia Anual del Banco Central de Chile: "Política Fiscal y Desempeño Macroeconómico", 21 y 22 de Octubre, Banco Central de Chile.
- CHEN, Y.; K. ROGOFF y B. ROSSI (2010). "Can Exchange Rates Forecast Commodity Prices?," *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 125(3), pp. 1145-1194.
- CHRISTIANO, L.; M. EICHENBAUM y C. EVANS (2005). "Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy", *Journal of Political Economy*, Vol. 113(1), pp. 1-45.
- CHRISTOFFEL, K.; G. COENEN y A. WARNE (2008). "The New Area-Wide Model of the Euro Area—A micro-founded open-economy model for forecasting and policy analysis", ECB Working Paper Series 944, European Central Bank.
- CHRISTOFFEL, K.; G. COENEN y A. WARNE (2010). "Forecasting with DSGE Models", ECB Working Paper Series 1185, European Central Bank.
- DOAN, T.; R. LITTERMAN y C. SIMS (1984). "Forecasting and conditional projection using realistic prior distributions", *Econometric Reviews*, Vol. 3(1), pp. 1-100.
- ERCEG, C. J.; L. GUERRIERI y C. GUST (2006). "SIGMA: A New Open Economy Model for Policy Analysis," *International Journal of Central Banking*, Vol. 2(1), pp. 1-50.
- ENGEL, C, N. C. MARK y K. D. WEST, (2007). "Exchange Rate Models Are Not as Bad as You Think," NBER Working Papers 13318, National Bureau of Economic Research, Inc.

ENGEL, C. y K. D. WEST (2005) "Exchange Rates and Fundamentals" *The Journal of Political Economy*, 113(3), páginas 485-517

GALÍ, J. (2008). *Monetary policy, inflation, and the business cycle: an introduction to the new Keynesian framework*. Princeton University Press. Princeton, New Jersey.

GALÍ, J. y M. GERTLER (1999). "Inflation dynamics: A structural econometric analysis", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 44(2), pp. 195-222.

GALÍ, J. y M. GERTLER (2007). "Macroeconomic Modeling for Monetary Policy Evaluation", *Journal of Economic Perspectives*, Vol. 21(4), pages 25-45.

GALÍ, J.; D. LÓPEZ-SALIDO y J. VALLÉS (2004). "Rule-of-Thumb Consumers and the Design of Interest Rate Rules", *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 36(4), pp. 739-763.

GARCÍA, C. J. (2001). "Políticas de Estabilización en Chile durante los Noventa", Documento de Trabajo N° 132, Banco Central de Chile.

GARCÍA, C. J. y J. RESTREPO (2003), "Price inflation and exchange rate pass-through in Chile", *Money Affairs*, Vol. 16(1), pp. 69-88.

GARCÍA, C. J. y J. RESTREPO (2007). "The Case for a Countercyclical Rule-based Fiscal Regime", Documento de Investigación N° 183, Universidad Alberto Hurtado, Facultad de Economía y Negocios.

GARCIA, C.J., J. RESTREPO, y E. TANNER (2011). "Fiscal Rules in a Volatile World: A Welfare-Based Approach" *Journal of Policy Model*, por publicar.

GARCIA, C.J., W.GONZALEZ (2010). "Is more exchange rate intervention necessary in small open economies? The role of risk premium and commodity shocks. Ilades Universidad Alberto Hurtado, Documento de Trabajo 248

GERTLER, M. y N. KIYOTAKI (2010). "Financial Intermediation and Credit Policy in Business Cycle Analysis", en B. Friedman y M. Woodford, *Handbook of Monetary Economics*, Vol. 3A, North Holland, Amsterdam.

GERTLER, M. y P. KARADI (2009). "A Model of Unconventional Monetary Policy". NYU, mimeo.

GOURINCHAS, P.O. y H. REY, (2007). "International Financial Adjustment," *Journal of Political Economy*, University of Chicago Press, vol. 115(4), paginas 665-703, 08.

HONJO, K. y B. HUNT (2006). "Stabilizing Inflation in Iceland", IMF Working Papers 06/262, International Monetary Fund.

JARAMILLO, P. (2009). "Estimación de VAR Bayesianos para la Economía Chilena", *Revista de Análisis Económico*, Vol. 24, N° 1, pp. 101-126.

KADIYALA, K. y S. KARLSON (1997). "Numerical Methods for Estimation and Inference in Bayesian VAR-Models," *Journal of Applied Econometrics*, vol. 12(2), pp. 99-132.

MOLODTSOVA, T, A. NIKOLSKO-RZHEVSKYY, y D. PAPELL (2008). "Taylor rules with real-time data: A tale of two countries and one exchange rate," *Journal of Monetary Economics*, Elsevier, vol. 55(Suplemento), pages S63-S79.

LANDERRETCHÉ, O.; F. MORANDÉ y K. SCHMIDT-HEBBEL (1999). "Inflation Targets and Stabilization in Chile", Documento de Trabajo N° 55, Banco Central de Chile.

LAXTON, D. y P. PESENTI (2003). "Monetary rules for small, open, emerging economies," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 50(5), pp. 1109-1146.

LITTERMAN, R. (1980), "A Bayesian Procedure for Forecasting With Vector Autoregression," Working Paper, Massachusetts Institute of Technology, Department of Economics.

LLOSA, G.; V. TUESTA y M. VEGA (2005). "Un Modelo de Proyección BVAR para la Inflación Peruana", Serie de Documentos de Trabajo N° 2005-007, Banco Central de Reserva del Perú.

LÜTKEPOHL, H. (1993). "Introduction to Multiple Time Series Analysis", 2a edición, Springer, Berlin.

MEDINA, J. P. y C. SOTO (2006). "Model for Analysis and Simulations: A New DSGE for the Chilean Economy." Mimeo, Banco Central de Chile.

MEDINA, J. P. y C. SOTO (2007). "The Chilean Business Cycles Through the Lens of a Stochastic General Equilibrium Model", Documento de Trabajo N° 457, Banco Central de Chile.

MEESE, R. y K. ROGOFF (1983). "Empirical Exchange Rate Models of the Seventies", *Journal of International Economics*, Vol. 14(1), pp. 3-24.

MIES, V.; F. MORANDÉ y M. TAPIA (2002). "Política Monetaria y Mecanismos de Transmisión: Nuevos Elementos para una Vieja Discusión", Documento de Trabajo N° 181, Banco Central de Chile.

PINCHEIRA, P. y A. GARCÍA (2009). "Forecasting Inflation in Chile With an Accurate Benchmark", Documento de Trabajo N° 514, Banco Central de Chile.

PINCHEIRA, P. y H. RUBIO (2010). "El escaso poder predictivo de simples curvas de Phillips en Chile: Una evaluación en tiempo real", Documento de Trabajo N° 559, Banco Central de Chile.

SAMUELSON, P. A. y W. A. BARNETT (2007), "Inside the Economist's Mind, Conversation with Eminent Economists", Blackwell Publishing Ltd, MA, USA.

SCHMITT-GROHÉ, S. y M. URIBE (2003). "Closing small open economy models", *Journal of International Economics*, Vol. 61(1), pp. 163-185.

SCHORFHEIDE, F. (2000). "Loss function-based evaluation of DSGE Models", *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 15(6), pp. 645-670.

SIMS, C. (1980). "Macroeconomics and Reality", *Econometrica*, vol. 48(1), pp. 1-48.

SIMS, C. (1993). “A Nine-Variable Probabilistic Macroeconomic Forecasting Model”, en J. Stock y M. Watson, *Business Cycles, Indicators and Forecasting*, University of Chicago Press, pp. 179-212.

SMETS, F. y R. WOUTERS (2003). “An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area”, *Journal of the European Economic Association*, Vol. 1(5), pp. 1123–1175.

SMETS, F. y R. WOUTERS (2007). “Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach”, *American Economic Review*, Vol. 97(3), pp. 586-606.

STOCK, J. y M. WATSON (1999). “Forecasting Inflation”, *Journal of Monetary Economics*, Vol. 44(2), pp. 293-335.

STOCK, J. y M. WATSON (2008). “Phillips Curve Inflation Forecasts”, NBER Working Paper 14322, National Bureau of Economic Research.

ROGOFF, K. y V. STAVRAKEVA (2008) “The Continuing Puzzle of Short Horizon Exchange Rate Forecasting” NBER, Working Paper 14071. National Bureau of Economic Research.

VALDÉS, R. (1997). “Transmisión de la Política Monetaria en Chile”, Documento de Trabajo N° 16, Banco Central de Chile.

WOODFORD, M. (2003). “Interest and Prices: foundations of a theory of monetary policy”. Princeton University Press. Princeton, New Jersey.

ZAMAN, A. (1996). “Statistical Foundations for Econometric Techniques”. Academic Press. San Diego, California.

ANEXO I

ESTIMACION BAYESIANA

Para la estimación Bayesiana de los modelos estructural y DSGE se utilizó un esquema similar a los propuestos por Smets y Wouters (2003) y por An y Schorfheide (2007). Esto implica la obtención de la distribución de los *posteriors* de los parámetros del modelo basado en su representación log-lineal de estado-espacio usando el filtro de Kalman. Para el análisis empírico, se utilizó Dynare, un programa de Matlab para la estimación y evaluación de los modelos DSGE.

Formalmente, sea $p(\theta_m | m)$ la distribución *prior* del vector $\theta_m \in \Theta_m$ de parámetros estructurales para algún modelo $m \in \mathcal{M}$, y sea $p(\mathcal{Y}_t | \theta_m, m)$ la función de verosimilitud para los datos observados, $\mathcal{Y}_t = \{y_1, \dots, y_T\}$, condicional al vector de parámetros θ_m y al modelo m . La distribución conjunta de los *posterior* de θ_m para el modelo m se obtiene al combinar la función de verosimilitud para \mathcal{Y}_t y la distribución *prior* de θ_m ,

$$p(\theta_m | \mathcal{Y}_t, m) \propto p(\mathcal{Y}_t | \theta_m, m) p(\theta_m | m) \quad (1)$$

donde \propto denota proporcionalidad.

La distribución *posterior* está típicamente caracterizada por la media o la moda, y la desviación estándar. Siguiendo a Schorfheide (2000), se utilizó un algoritmo de muestreo de cadena de Markov para determinar la distribución conjunta de los *posteriors* del vector de parámetros θ_m . Más específicamente, se utilizó el algoritmo Metropolis-Hastings para obtener un gran número de realizaciones de la distribución *posterior* de θ_m .

1. Modelo Estructural

Para la estimación Bayesiana del modelo estructural, se utilizaron datos de la brecha del producto ($ygap_t$), inflación (π_t), brecha del tipo de cambio real ($zgap_t$) y la tasa de política monetaria de corto plazo (rs_t). Para la construcción de las variables externas se utilizaron ponderadores que reflejan el intercambio comercial

que Chile mantiene con sus principales socios comerciales: China, Japón, EE.UU., y Europa.

La obtención de tendencias y ciclos para la construcción de las variables “*gap*” fue lograda mediante la utilización de un filtro de Hodrick y Prescott modificado que busca eliminar el sesgo que este filtro tiene al tender a igualar la tendencia inicial y final de la serie con los datos efectivos.

Los *priors* utilizados en la estimación Bayesiana del modelo reducido fueron tomados de Honjo y Hunt (2006) y de Berg, Karam y Laxton (2006a,b). Los *posteriors* obtenidos en la estimación Bayesiana se presentan en la siguiente tabla:

Tabla A1: Distribuciones *Prior* y *Posterior* de los parámetros estructurales del modelo reducido estimado con inflación IPC e IPCX1

Parámetros	Prior	Distribución	Posterior de estimación con inflación (IPC)	Posterior de estimación con inflación (IPCX1)
β_1 (coeficiente del <i>lag</i> de <i>ygap</i>)	0,85	Gamma	0,7019	0,7273
β_2 (coeficiente del <i>lead</i> de <i>ygap</i>)	0,10	Beta	0,0406	0,0529
β_3 (coeficiente de <i>rrgap</i> en <i>ygap</i>)	0,10	Gamma	0,1798	0,1828
β_4 (coeficiente de <i>zgap</i> en <i>ygap</i>)	0,10	Beta	0,0088	0,0057
β_5 (coeficiente de <i>ygap*</i> en <i>ygap</i>)	0,15	Beta	0,1284	0,1040
δ_1 (coeficiente del <i>lead</i> de π)	0,20	Gamma	0,1134	0,1122
δ_2 (coeficiente de <i>ygap</i> en π)	0,26	Gamma	0,1308	0,1141
δ_3 (coeficiente de Δz en π)	0,30	Gamma	0,1930	0,1992
φ (coeficiente del <i>lead</i> de <i>z</i>)	0,50	Beta	0,7729	0,7641
α_1 (coeficiente del <i>lag</i> de <i>rs</i>)	0,50	Gamma	0,5434	0,5807
α_2 (coeficiente del <i>πgap</i> en <i>rs</i>)	1,50	Gamma	1,5070	1,4732
α_3 (coeficiente de <i>ygap</i> en <i>rs</i>)	0,50	Beta	0,4897	0,5340
β_1^* (coeficiente del <i>lag</i> de <i>ygap*</i>)	0,85	Gamma	0,9037	0,9275
β_2^* (coeficiente del <i>lead</i> de <i>ygap*</i>)	0,10	Beta	0,0322	0,0309
β_3^* (coeficiente de <i>rrgap*</i> en <i>ygap*</i>)	0,10	Gamma	0,0440	0,0414
δ_1^* (coeficiente de <i>lead</i> de π^*)	0,20	Beta	0,1433	0,1264
δ_2^* (coeficiente de <i>ygap*</i> en π^*)	0,30	Gamma	0,3454	0,3284
α_1^* (coeficiente del <i>lag</i> de <i>rs*</i>)	0,50	Beta	0,5794	0,5880
α_2^* (coeficiente del <i>πgap</i> de <i>rs*</i>)	1,50	Gamma	1,5144	1,5371
α_3^* (coeficiente del <i>ygap*</i> de <i>rs*</i>)	0,50	Beta	0,5059	0,5281

Con los resultados de los *posteriors*, podemos observar que la estimación Bayesiana resultante no difiere sustancialmente de los *priors* que en un principio se

habían propuesto para el ejercicio de estimación, esto hace pensar que los *posteriors* del modelo se encuentran con una mayor verosimilitud en el espacio paramétrico donde nuestros *priors* constituyen la media de ese espacio.

El modelo reducido incluye 7 shocks a las variables domésticas y externas, afectando al producto, a la inflación, al tipo de cambio y a la tasa de política monetaria. En las **Figuras A1-A2**, podemos observar la respuesta del modelo estructural reducido (indistintamente si es IPC o IPCX1) ante un shock monetario doméstico (TPM). En estos casos, la brecha del producto cae fuertemente al igual que la brecha del tipo de cambio. La inflación muestra una conducta similar a la sugerida por Gali (2008) y Woodford (2003), esta cae inicialmente, pero el efecto del shock monetario sobre esta variable se sienten con más fuerza desde el segundo año, indicando la existencia de fuerte inercia en el proceso inflacionario.

Figura A1 Shock Monetario Modelo Neo Keynesiano Reducido con IPC

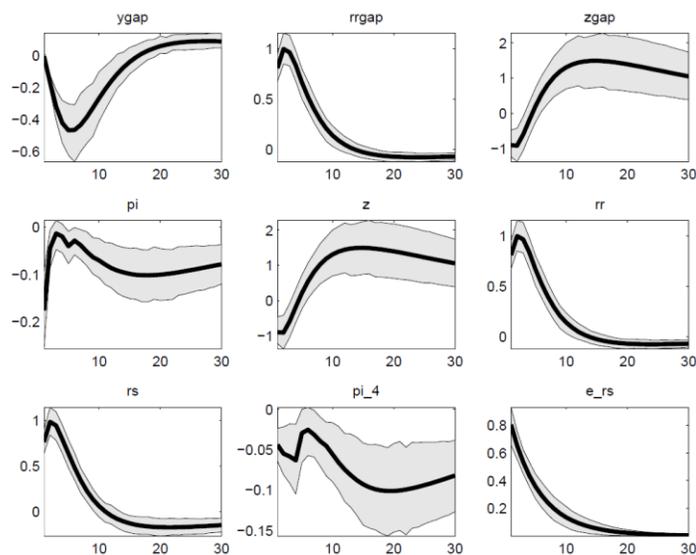
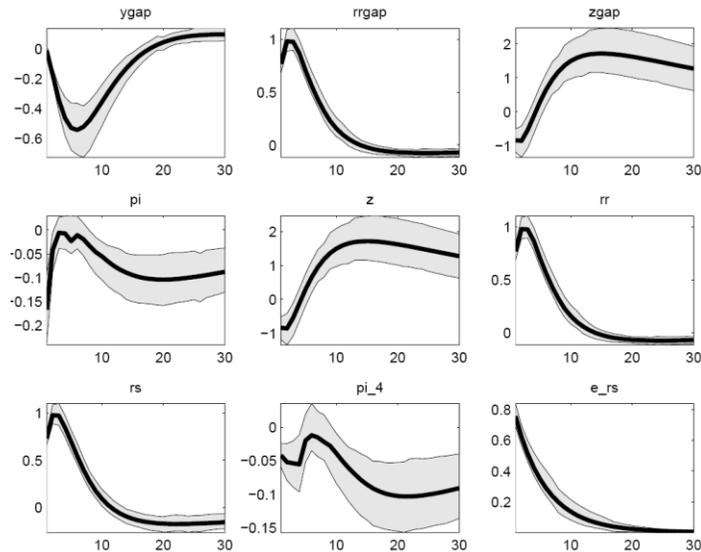


Figura A2: Shock Monetario Modelo Neo Keynesiano Reducido con IPCX1



2. Modelos DSGE

Los *priors* utilizados fueron tomados de Gertler y Karadi (2009) y de Christoffel, Coenen y Warne (2008). El resultado de la estimación Bayesiana del modelo DSGE se muestra en la **Tabla A2** con y sin intermediarios financieros. Los *posteriors* resultantes fueron obtenidos usando el algoritmo de Metropolis-Hastings basado en una cadena de Markov de 300.000 réplicas para construir la distribución estimada de los parámetros.

Una aproximación comúnmente utilizada para analizar la convergencia del algoritmo de muestreo del *posterior* es utilizar el análisis de varianza multivariada, discutido en Brooks y Gelman (1998). Este método consiste, básicamente, en la simulación de un número importante de cadenas de Markov, buscando minimizar la varianza entre y dentro de las cadenas. Con lo anterior, si el número de replicas del algoritmo de convergencia es lo suficientemente grande (en nuestro caso, 300.000 réplicas), la varianza de las cadenas se minimiza y tiende a igualarse, y de esta forma, se obtiene la distribución posterior de los parámetros que estamos estimando. La evolución de la convergencia del algoritmo de estimación bayesiana se puede observar en el **Anexo II**.

Al comparar las distribuciones prior y posterior, podemos tener una idea de cuánta información aportan los datos sobre los parámetros estructurales de los modelos. Esto es, para aquellos parámetros donde la distribución prior se encuentra cercana a la distribución posterior, los datos son más informativos que aquellas distribuciones de parámetros donde esto no ocurre. Con lo anterior, podemos observar que en la mayoría de los casos esto se cumple sin importar si el modelo tiene o no intermediarios.

En general, el resto de los parámetros estructurales de ambos modelos presentan valores equivalentes en las distribuciones *prior* y *posterior*, hecho que hace pensar que los datos utilizados fueron informativos en el ejercicio de estimación Bayesiana.

Tabla A.2: Distribuciones *Prior* y *Posterior* de los parámetros estructurales del modelo DSGE con y sin intermediarios estimado con inflación IPC e IPCX1

Parámetros	Prior	Estimación con Inflación IPC		Estimación con Inflación IPCX1		Distribución
		Posterior Modelo sin intermediarios	Posterior Modelo con Intermediarios	Posterior Modelo sin Intermediarios	Posterior Modelo con Intermediarios	
Sigma	2,00000	3,48960	3,0718	4,88391	2,61142	Gamma
H	0,30000	0,29340	0,2772	0,28268	0,26608	Beta
rho_L	1,00000	1,00780	1,1643	1,22594	1,50580	Gamma
rho_G	0,80000	0,47570	0,4355	0,37826	0,55750	Beta
rho_Epsilon	0,95000	0,99850	0,9690	0,82637	0,96317	Beta
rho_A	0,95000	1,00000	0,9825	0,99361	0,98126	Beta
rho_Rstart	0,80000	0,87550	0,8661	0,80721	0,91328	Beta
rho_Ystart	0,80000	0,68510	0,3308	0,72681	0,78407	Beta
rho_Oil	0,80000	0,60690	0,7863	0,75580	0,68128	Beta
alpha_P	0,95000	0,93540	0,9610	0,89001	0,90559	Beta
rho_Pcu	0,80000	0,71090	0,8473	0,79917	0,94864	Beta
Index	0,50000	0,77140	0,2400	0,74157	0,41997	Beta
Xi	0,75000	0,68190	0,8278	0,95472	0,88597	Beta
index_w	0,50000	0,90250	0,4722	0,75425	0,65125	Beta
xi_w	0,75000	0,77920	0,7847	0,85233	0,81177	Beta
beta1	1,00000	2,50470	0,4644	1,77979	0,23798	Gamma
beta2	0,10000	0,48330	0,2486	0,44003	0,38143	Beta
rho_R	0,70000	0,64760	0,6469	0,88205	0,82067	Beta
rho_inf	2,50000	1,78100	1,4526	1,43662	1,31889	Beta
rho_y	0,50000	0,22930	0,7640	0,81422	0,85997	Beta
rho_e1	0,30000	0,16030	0,0300	0,45364	0,06120	Beta
rho_e2	0,30000	0,19290	0,0444	0,28345	0,52819	Beta
rho_E	0,60000	0,38660	0,2059	0,84370	0,70284	Beta
lambda_C	0,70000	0,73730	0,6996	0,61421	0,76509	Beta
pmg_M	0,50000	0,66180	0,1464	0,62403	0,60176	Beta
pmg_L	0,50000	0,31400	0,1436	0,22271	0,29841	Beta
pmg_K	0,50000	0,11460	0,1011	0,42622	0,98563	Beta

En la siguiente figura, podemos observar la respuesta del modelo sin intermediarios estimado con datos de inflación IPC ante un shock monetario. De manera similar a los modelos neo Keynesiano reducido, un shock monetario positivo en los DSGE con y sin intermediarios (y considerando IPC o IPCX1) hace caer las variables reales y el tipo de cambio y así cae la inflación. Resultado nuevamente en línea con las predicciones que Galí (2008) y Woodford (2003) hacen para modelos Keynesianos estándar **Figuras A3-A6**.

Figura A3: Shock Monetario Modelo DSGE sin intermediarios financieros estimado con Inflación IPC

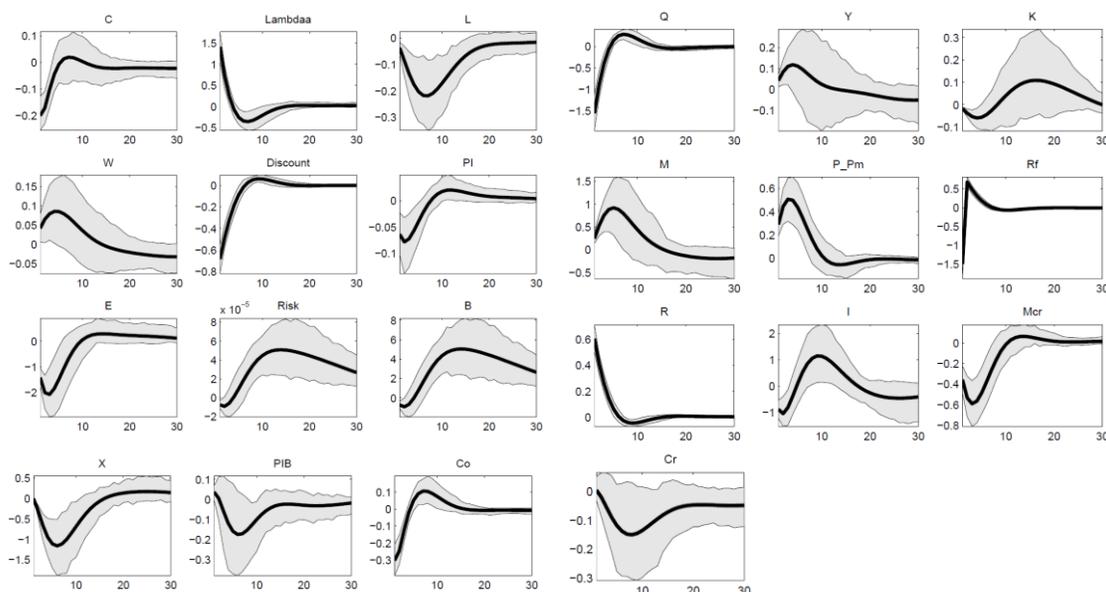
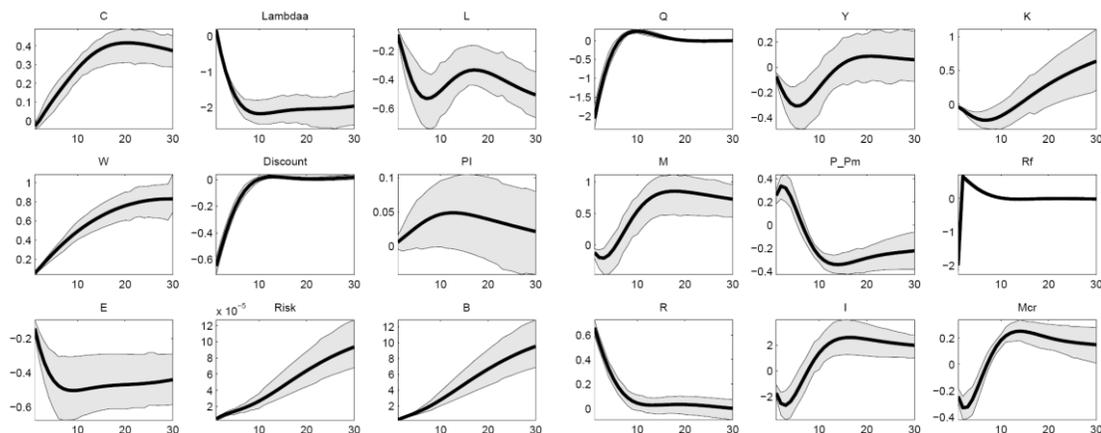


Figura A4: Shock Monetario Modelo DSGE sin intermediarios financieros estimado con Inflación Subyacente IPCX1



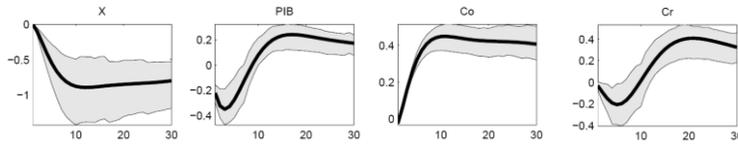


Figura A5: Shock Monetario Modelo DSGE con intermediarios financieros estimado con Inflación IPC

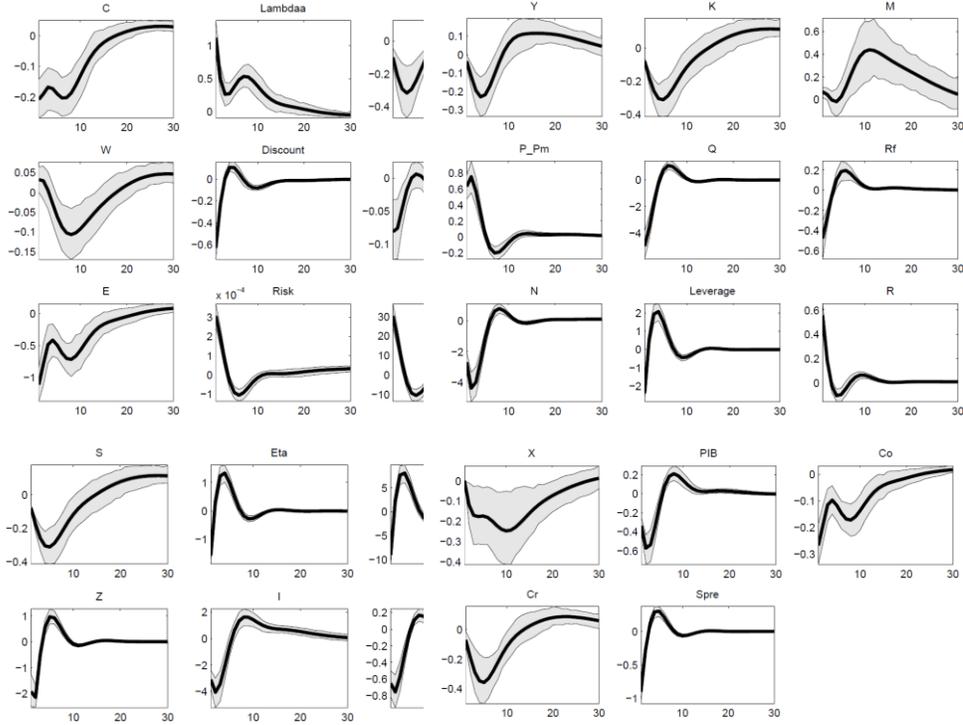
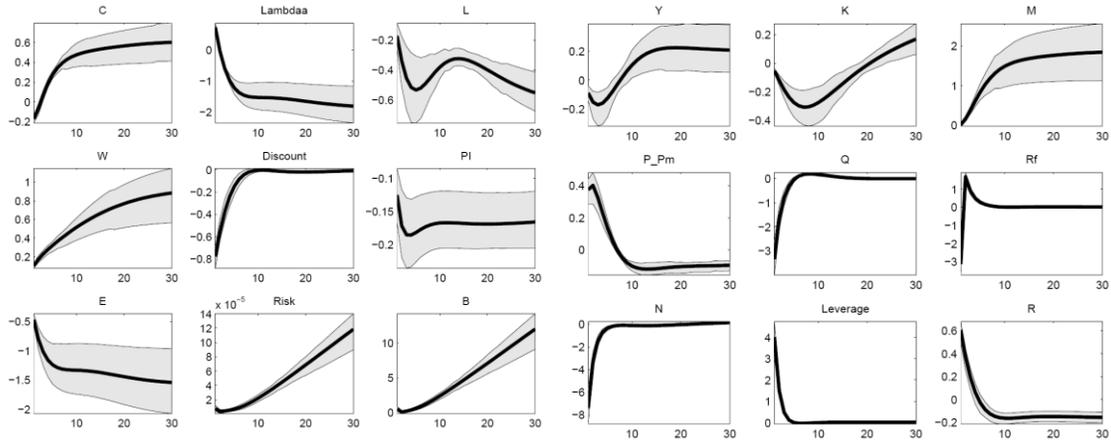
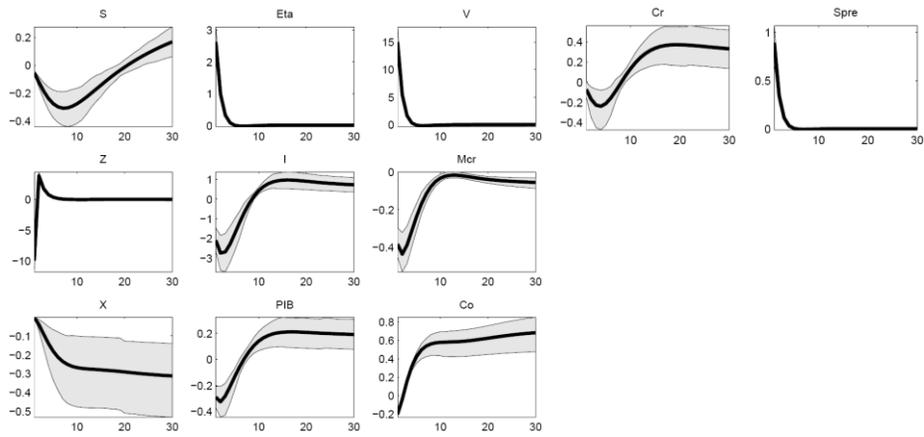


Figura A6: Shock Monetario Modelo DSGE con intermediarios financieros estimado con Inflación Subyacente IPCX1





ANEXO II

GRÁFICOS DE CONVERGENCIA DEL ALGORITMO DE ESTIMACIÓN BAYESIANA

Figura 7: Gráfico de convergencia del algoritmo de estimación Bayesiana del Modelo Estructural Reducido

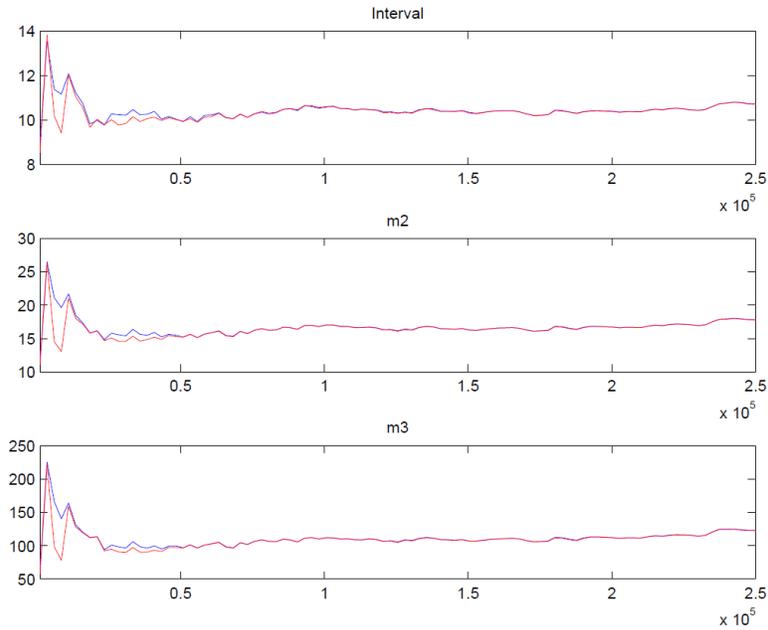


Figura 8: Gráfico de convergencia del algoritmo de estimación Bayesiana del Modelo Estructural Reducido con IPCX1

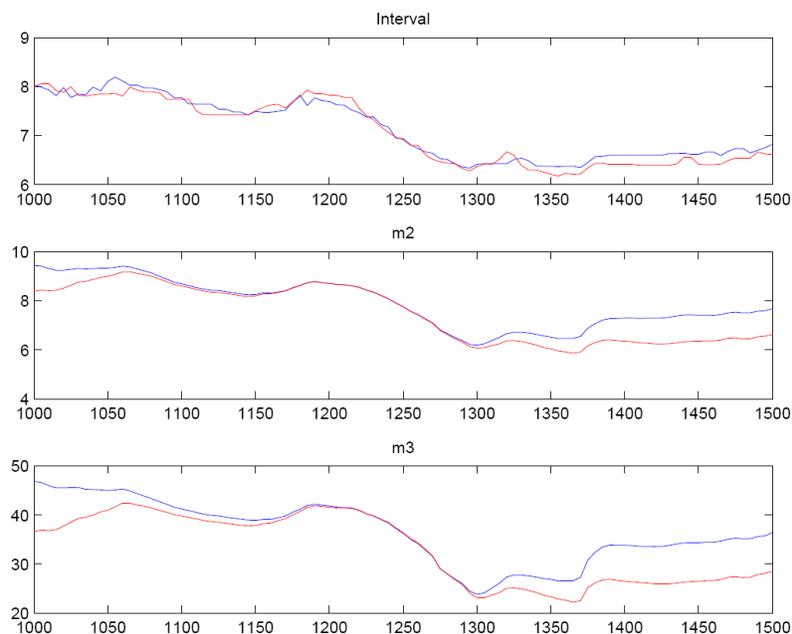


Figura 1: Gráfico de convergencia del algoritmo de estimación Bayesiana del Modelo DSGE sin intermediarios financieros estimado con Inflación IPC

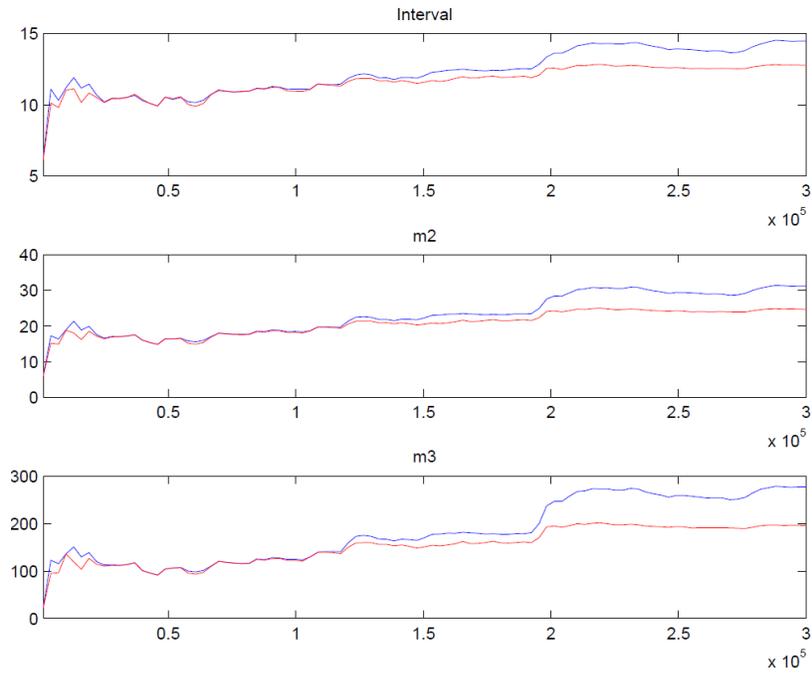


Figura 10: Gráfico de convergencia del algoritmo de estimación Bayesiana del Modelo DSGE sin intermediarios financieros estimado con Inflación Subyacente IPCX1

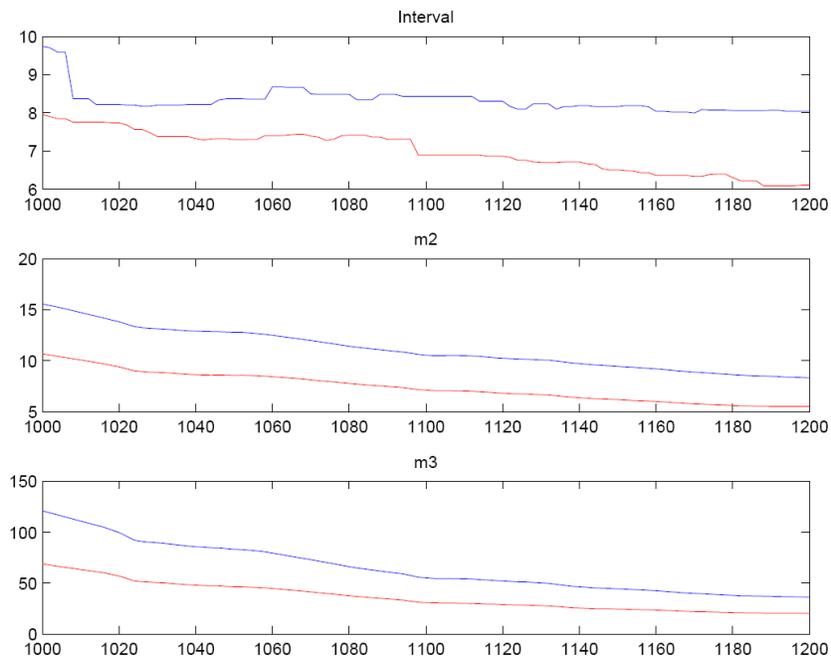


Figura 11: Gráfico de convergencia del algoritmo de estimación Bayesiana del Modelo DSGE con intermediarios financieros estimado con Inflación IPC

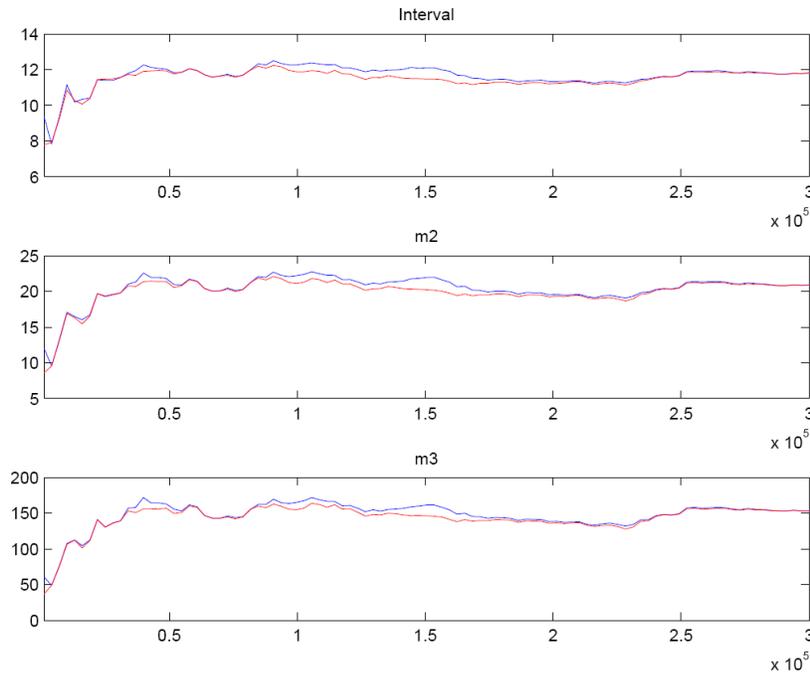
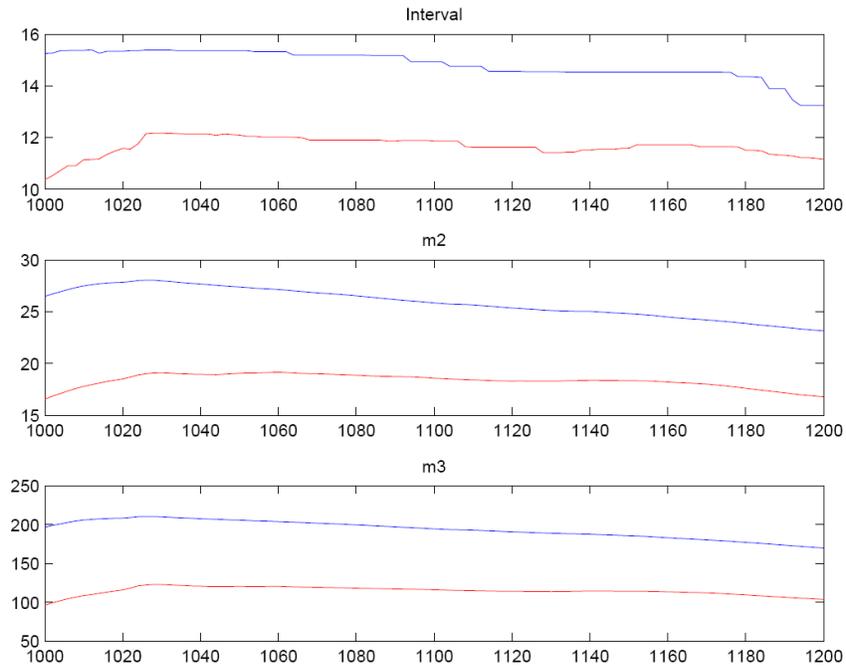


Figura 12: Gráfico de convergencia del algoritmo de estimación Bayesiana del Modelo DSGE con intermediarios financieros estimado con inflación subyacente IPCX1



ANEXO III

TABLAS RESUMEN DE LOS EJERCICIOS DE ESTIMACIÓN

1. Resumen Ejercicios de Proyección de Variables Macroeconómicas con Inflación (IPC)

Período (h)	Modelo con Intermediarios				Modelo sin intermediarios				Modelo Estructural Reducido			
	pi	ygap	zgap	rs	pi	ygap	zgap	rs	pi	ygap	zgap	rs
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,82	2,81	1,44	0,55	0,70	2,39	0,98	0,44	0,97	6,42	0,91	1,01
2	1,60	2,14	2,21	1,16	1,27	2,88	1,45	0,94	2,09	6,32	1,62	2,29
3	2,64	2,66	2,72	1,85	2,18	3,01	1,72	1,49	3,07	8,77	2,12	3,43
4	3,74	1,76	3,27	2,67	3,28	3,17	1,92	2,22	4,05	10,15	2,11	4,50
5	4,67	2,56	3,73	3,55	4,18	3,05	2,55	2,99	4,44	10,69	2,19	4,93
6	5,16	2,52	4,44	3,64	4,63	3,20	2,76	3,28	4,43	9,50	2,14	4,98
7	5,56	2,98	3,68	3,92	5,76	3,64	3,29	4,12	5,01	7,65	1,90	5,41
8	5,53	1,99	4,98	3,88	5,84	3,59	4,55	3,95	5,01	7,63	2,00	5,19

Período (h)	BVAR				AR(1)				Random Walk			
	pi	ygap	zgap	rs	pi	ygap	zgap	rs	pi	ygap	zgap	rs
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,74	1,83	0,83	0,86	1,94	2,43	0,83	0,92	0,90	3,28	0,80	0,56
2	1,30	2,19	1,17	1,81	2,10	2,43	0,78	1,31	1,81	3,12	1,15	1,31
3	2,18	2,08	1,27	2,68	2,60	2,53	0,74	1,74	2,91	3,80	1,43	1,87
4	2,93	2,61	1,14	3,37	3,12	2,35	0,76	2,09	4,00	2,02	1,54	2,39
5	3,59	2,56	1,21	4,02	3,42	2,51	0,76	2,42	4,74	4,03	1,61	2,86
6	4,65	2,38	1,32	4,41	3,66	2,51	0,78	2,54	5,05	3,73	1,51	2,93
7	5,04	2,48	1,44	4,09	3,88	2,33	0,82	2,69	5,23	4,70	1,35	3,01
8	5,16	2,23	1,61	3,84	4,00	2,31	0,88	2,85	5,13	3,08	1,46	3,11

2. Resumen Ejercicios de Proyección de Variables Macroeconómicas con Inflación Subyacente (IPCX1)

Período (h)	Modelo con Intermediarios				Modelo sin intermediarios				Modelo Estructural Reducido			
	pi	ygap	zgap	rs	pi	ygap	zgap	rs	pi	ygap	zgap	rs
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,56	2,48	0,95	0,64	0,56	2,77	1,03	0,63	1,00	6,41	0,87	1,03
2	1,33	2,26	1,45	1,26	1,39	2,42	1,66	1,42	1,94	6,18	1,64	2,32
3	2,33	2,80	1,60	2,02	2,50	2,18	1,89	2,29	2,97	8,25	2,18	3,39
4	3,32	2,06	1,96	2,74	3,66	1,94	2,08	3,12	3,82	9,77	2,24	4,54
5	4,11	2,93	2,26	3,46	4,76	3,18	2,51	4,24	4,55	10,18	2,38	5,02
6	4,59	2,27	2,46	3,89	5,35	2,57	3,35	4,71	4,82	8,79	2,16	5,25
7	5,01	3,16	3,44	4,16	5,87	3,28	4,25	5,05	5,25	6,53	1,95	5,32
8	5,03	2,75	4,54	4,23	5,88	2,99	5,20	4,97	5,02	6,71	1,80	5,36

Período (h)	BVAR				AR(1)				Random Walk			
	pi	ygap	zgap	rs	pi	ygap	zgap	rs	pi	ygap	zgap	rs
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
1	0,85	2,01	0,83	1,02	1,79	2,43	0,83	0,92	0,69	3,28	0,80	0,56
2	1,89	2,31	1,20	1,97	2,13	2,43	0,78	1,31	1,54	3,12	1,15	1,31
3	3,19	2,28	1,50	2,94	2,61	2,53	0,74	1,74	2,53	3,80	1,43	1,87
4	4,46	2,58	1,53	3,59	3,21	2,35	0,76	2,09	3,46	2,02	1,54	2,39
5	5,64	2,83	1,43	4,17	3,72	2,51	0,76	2,42	4,44	4,03	1,61	2,86
6	6,35	2,67	1,47	4,60	4,01	2,51	0,78	2,54	4,97	3,73	1,51	2,93
7	6,54	2,80	1,50	3,82	4,24	2,33	0,82	2,69	5,30	4,70	1,35	3,01
8	6,47	2,53	1,71	3,31	4,29	2,31	0,88	2,85	5,39	3,08	1,46	3,11

ANEXO IV

MODELO DSGE COMPLETO

El modelo aquí presentado es un DSGE con rigideces nominales y fricciones financieras para una economía pequeña y abierta desarrollado inicialmente por Gertler y Karadi (2009) para una economía cerrada, así se incluyen intermediarios financieros que transfieren recursos entre las familias y las firmas no-financieras. Se incluyen además consumidores restringidos como en Galí et al. (2004), inversión con costos de ajuste, hábito en el consumo y precio del petróleo. El DSGE está en la línea propuestas por Christiano, Eichenbaum y Evans (2005), y por Smets y Wouters (2003, 2007).

2.1 Las familias

Hay un continuo de familias de tamaño unitario, indexadas por $i \in [0,1]$. En el modelo existen dos tipos de familias: las familias no restringidas o Ricardianas que tienen acceso al mercado de capitales y las familias restringidas, cuyos ingresos dependen únicamente de su salario laboral. El primer grupo de familias, además de consumir y trabajar pueden transferir fondos a los intermediarios financieros. La proporción de familias restringidas en la economía es $1 - \lambda_c$.

Las preferencias de las familias están dadas por (1) donde $C_t^o(i)$ es el consumo y $L_t^o(i)$ es la oferta laboral de la familia:

$$\max E_t \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left(\frac{(C_t^o(i) - hC_{t-1}^o(i))^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{L_t^o(i)^{1+\rho_L}}{1+\rho_L} \right) \quad (1)$$

con $\sigma > 0$ el coeficiente de aversión al riesgo y ρ_L mide la desutilidad de trabajar, el inverso de este parámetro es el inverso es la elasticidad de las horas trabajadas al salario real. Como en Christiano et al. (2005), y por Smets y Wouters (2007) se introduce la formación de hábito para capturar la dinámica del consumo.

Tanto los depósitos de los intermediarios y la deuda del gobierno son bonos reales de un período que pagan el retorno nominal R_t de $t-1$ a t . B_t es la cantidad

total de deuda de corto plazo que las familias adquieren, $W_t(i)$ es el salario real, $D_t^o(i)$ son dividendos, $\Phi \left(\frac{B_{t+1}^*}{PIB_t} \right)$ es la prima por riesgo país, S_t es el tipo de cambio nominal, $B_t^{o*}(i)$ son activos internacionales netos, R_t^* es la tasa de interés nominal externa, y T_t son impuestos *lump-sum*. Luego, la restricción presupuestaria de las familias no restringidas está dada por:

(2)

$$P_t C_t^o(i) = W_t(i) L_t^o(i) + B_t^o(i) - S_t B_t^{o*}(i) + D_t^o(i) - P_t T_t - R_t^{-1} B_{t+1}^o(i) + S_t \left(\Phi \left(\frac{B_{t+1}^*}{PIB_t} \right) R_t^* \right)^{-1} B_{t+1}^{o*}(i)$$

Las familias restringidas están sujetas a la siguiente restricción presupuestaria:

$$P_t C_t^R(i) = W_t(i) L_t^R(i) \quad (3)$$

2.2 Intermediarios Financieros

Los intermediarios financieros prestan fondos obtenidos de las familias a las firmas no-financieras. Sea N_{jt} la cantidad de riqueza neta que un intermediario j tiene al final del período t ; B_{jt} es el depósito que el intermediario obtiene de las familias, S_{jt} es la cantidad de derechos financieros sobre firmas no-financieras que los intermediarios mantienen y Q_t es el precio relativo de esos derechos. La hoja de balance de los intermediarios está dada por

$$Q_t S_{jt} = N_{jt} + B_{jt} \quad (4)$$

Los depósitos de las familias con los intermediarios en el período t pagan un retorno real no-contingente R_{t+1} en $t+1$. Así, B_{jt} puede ser pensado como la deuda del intermediario y N_{jt} como su capital. Los activos de los intermediarios ganan un retorno estocástico R_{kt+1} sobre este período. Tanto R_{kt+1} como R_{t+1} estarán determinadas endógenamente. Luego, a través del tiempo, el capital del intermediario se determina como la diferencia entre las ganancias sobre activos y el pago de intereses sobre los préstamos:

$$\begin{aligned} N_{jt+1} &= R_{kt+1} Q_t S_{jt} - R_{t+1} B_{jt} \\ N_{jt+1} &= (R_{kt+1} - R_{t+1}) Q_t S_{jt} + R_{t+1} N_{jt} \end{aligned} \quad (5)$$

Donde $\beta\Lambda_{t,t+i}$ es la tasa de descuento estocástico que el intermediario en t aplica sobre las ganancias en $t+i$. Dado que el intermediario no financiará activos con un retorno descontado menor que el costo de prestar, el intermediario operará si y solo si se cumple la siguiente desigualdad:

$$E_t \beta \Lambda_{t,t+i} (R_{kt+1+i} - R_{t+1+i}) \geq 0 \quad \forall i \geq 0 \quad (6)$$

Con mercado perfecto de capitales, esta relación siempre se cumple con igualdad y la prima ajustada por riesgo es cero. Sin embargo, con mercados de capitales imperfectos la prima debe ser positiva debido a los límites en la capacidad del intermediario para obtener fondos y por ende la existencia de restricciones en el crédito privado. Por ende, el objetivo del intermediario financiero es maximizar su riqueza esperada, dada por:

$$V_{jt} = \max E_t \sum_{i=0}^{\infty} (1-\theta) \theta^i \beta^i \Lambda_{t,t+i} (N_{jt+1+i}) \quad (7)$$

$$V_{jt} = \max E_t \sum_{i=0}^{\infty} (1-\theta) \theta^i \beta^i \Lambda_{t,t+i} [(R_{kt+1+i} - R_{t+1+i}) Q_{t+i} S_{jt+i} + R_{t+1+i} N_{jt+i}]$$

En la medida que la prima ajustada por riesgo descontada en cualquier periodo $\beta^i \Lambda_{t,t+i} [(R_{kt+1+i} - R_{t+1+i})]$, es positiva, el intermediario querrá expandir sus activos indefinidamente para igualar esta expresión a cero. Sin embargo, si queremos introducir imperfecciones en el mercado de capitales, debemos evitar que esto ocurra. Gertler y Karadi (2009) consiguen esto introduciendo riesgo moral al problema: al comienzo de cada período el intermediario puede escoger desviar una fracción λ de los fondos disponibles y transferirlos de vuelta a las familias de las cuales él es miembro. En ese caso, los depositantes pueden recuperar sólo la fracción restante $(1-\lambda)$ de los activos. Por consiguiente, para que los prestamistas estén dispuestos a entregar fondos a los intermediarios, se debe satisfacer la siguiente restricción de incentivos:

$$V_{jt} \geq \lambda Q_t S_{jt} \quad (8)$$

El lado derecho es lo que el intermediario perdería al desviar una parte de los activos. El lado izquierdo es la ganancia de hacerlo. En resumen el problema del intermediario financiero es maximizar su riqueza esperada sujeto a la restricción de incentivos:

$$V_{jt} = \max E_t \left[\sum_{i=0}^{\infty} (1-\theta) \theta^i \beta^i \Lambda_{t,t+i} N_{j,t+i} \right] \quad (9)$$

s.t. $V_{jt} \geq \lambda Q_t S_{jt}$

El término V_{jt} puede ser expresado de la siguiente forma:

$$V_{jt} = v_t Q_t S_{jt} + \eta_t N_{jt} \quad (10)$$

Donde:

$$v_t = E_t \left[(1-\theta) \beta \Lambda_{t,t+1} (R_{k,t+1} - R_{t+1}) + \beta \Lambda_{t,t+1} \theta \frac{Q_{t+1} S_{j,t+1}}{Q_t S_{jt}} v_{t+1} \right] \quad (11)$$

$$\eta_t = E_t \left[(1-\theta) \beta \Lambda_{t,t+1} R_{t+1} + \beta \Lambda_{t,t+1} \theta \frac{N_{j,t+1}}{N_{jt}} \eta_{t+1} \right] \quad (12)$$

Ahora, la restricción de incentivos puede ser escrita como:

$$v_t Q_t S_{jt} + \eta_t N_{jt} \geq \lambda Q_t S_{jt} \quad (13)$$

Si la restricción es restrictiva en el equilibrio, la demanda por activos está determinada por el patrimonio neto:

$$Q_t S_{jt} = \frac{\eta_t}{\lambda - v_t} N_{jt} \equiv \phi_t N_{jt} \quad (14)$$

Puesto que la evolución del patrimonio neto de los intermediarios financieros está dada por:

$$N_{j,t+1} = \left[(R_{k,t+1} - R_{t+1}) \phi_t + R_{t+1} \right] N_{jt} \quad (15)$$

Dado que ϕ_t no depende de j , podemos determinar la demanda por activos de los intermediarios sumando entre las demandas individuales para obtener:

$$Q_t S_{pt} = \phi_t N_t \quad (16)$$

donde S_{pt} muestra la cantidad agregada de activos de los intermediarios y N_t muestra la cantidad agregada de capital. La ecuación (16) es clave dentro del modelo e indica que la disponibilidad total de crédito privado es la riqueza de los intermediarios multiplicada por un factor ϕ que indica el grado de aplacamiento de

los intermediarios, el cual a su vez es una variable que se determina a través de las expectativas futuras de la economía.

Para calcular la ley de movimiento del patrimonio se necesita pasos y supuestos adicionales, N_t puede ser dividida en dos partes: el patrimonio neto de los intermediarios existentes N_{et} y el patrimonio neto de los nuevos intermediarios entrantes N_{nt} :

$$N_t = N_{et} + N_{nt} \quad (17)$$

El término N_{et} está dado por:

$$N_{et} = \theta [(R_{kt} - R_t)\phi_t + R_t] N_{t-1} \quad (18)$$

Por simplicidad suponemos que la probabilidad de que un intermediario salga del mercado es i.i.d., así el total de activos de los intermediarios existentes en t al final del período está dado por $(1-\theta)Q_t S_{t-1}$. Adicionalmente, se supone que en cada período las familias transfieren la fracción $\xi/(1-\theta)$ de este valor a los intermediarios entrantes. Por lo tanto, en el agregado,

$$N_{nt} = \xi Q_t S_{t-1} \quad (19)$$

Con la expresión anterior podemos construir la ley de movimiento de N_t :

$$N_t = \theta [(R_{kt} - R_t)\phi_t + R_t] N_{t-1} + \xi Q_t S_{t-1} \quad (20)$$

2.3 Firmas de bienes intermedios

Las firmas de bienes intermedios utilizan capital K_t , trabajo L_t y bienes importados M_t para producir bienes intermedios Y_t . Al final del período t , las firmas productoras de bienes intermedios compran capital K_{t+1} para utilizarlo en la producción en el período siguiente. Después de la producción, las firmas tienen la opción de vender el capital. Para adquirir los recursos para comprar el capital, la firma entrega S_t derechos iguales al número de unidades de capital adquiridas K_{t+1} y precios de cada derecho al precio de unidad del capital Q_t . Esto es, $Q_t K_{t+1}$ es el valor

del capital adquirido y $Q_t S_t$ es el valor de los derechos contra capital. Luego, se debe satisfacer:

$$Q_t K_{t+1} = Q_t S_t \quad (21)$$

En cada tiempo t , la firma produce Y_t , usando capital, trabajo y bienes importados. Sea A_t la productividad total de factores, y sea ξ_t la calidad del capital (tal que $\xi_t K_t$ es la cantidad de capital efectiva al tiempo t). Luego, la producción está dada por:

$$Y_t = A_t L_t^{\alpha_1} (\xi_t K_t)^{\alpha_2} M_t^{1-\alpha_1-\alpha_2} \quad (22)$$

Sea P_{mt} el precio del bien intermedio. Dado que la decisión de la firma está hecha al final de período t , el problema de maximización de la firma que produce bienes intermedios es:

$$\begin{aligned} \max \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t \left\{ \Lambda_{t,t+k} \left(P_{m,t+k} Y_{t+k} + (1-\delta) \xi_{t+k} K_{t+k} Q_{t+k} \right) - R_{F,t+k} Q_{t+k} K_{t+k} \right\} \\ - \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k E_t \left\{ \Lambda_{t,t+k} \left(W_{t+k} L_{t+k} + S_{t+k} M_{t+k} \right) \right\} \end{aligned} \quad (23)$$

donde $R_{F,t+k}$ es el retorno del capital ex post.

De las condiciones de primer orden del problema que enfrenta la firma productora de bienes intermedios más el supuesto que hay inercia en que se cumplan estas condiciones, se tiene:

$$L_{t+1} = \left(\alpha_2 \frac{Y_{t+1}}{W_{t+1}} \frac{1}{P_{m,t+1}} \right)^{\Omega_L} (L_t)^{1-\Omega_L} \quad (24)$$

$$M_{t+1} = \left((1-\alpha_1-\alpha_2) \frac{Y_{t+1}}{S_{t+1}} \frac{1}{P_{m,t+1}} \right)^{\Omega_M} (M_t)^{1-\Omega_M} \quad (25)$$

(26)

$$R_{F,t+1} = \left(\frac{Q_{t+1}(1-\delta)\varepsilon_{t+1} + \alpha_1 P_{m,t+1} \frac{Y_{t+1}}{K_{t+1}}}{Q_t} \right)^{\Omega_{R,F}} (R_{F,t+1})^{1-\Omega_{R,F}}$$

2.4 Firmas productoras de capital

Las firmas productoras de capital compran capital de las firmas productoras de bienes intermedios, reparan el capital depreciado, y construyen nuevo capital con el capital reparado. Sea I_t el capital bruto creado. Luego, el problema de maximización de las firmas productoras de capital es:

$$\max \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} E_t \left\{ \Lambda_{t,\tau} \left[(Q_{\tau} - 1)I_{\tau} - f\left(\frac{I_{\tau}}{I_{\tau-1}}\right)I_{\tau} \right] \right\} \quad (27)$$

donde $f(1) = f'(1) = 0$ y $f''(1) > 0$. La condición de primer orden para la inversión entrega la siguiente expresión de la Q de Tobin para la inversión neta:

$$Q_t = 1 + f\left(\frac{I_{t-1}}{I_t}\right) + \frac{I_t}{I_{t-1}} f'\left(\frac{I_{t-1}}{I_t}\right) - \beta E_t \Lambda_{t,t+1} \left(\frac{I_{t-1}}{I_t}\right)^2 f'\left(\frac{I_{t-1}}{I_t}\right) \quad (28)$$

Donde $K_{t+1} = (1-\delta)\varepsilon_t K_t + I_t$

2.5 Firmas de Retail

El producto final Y_t es un agregador CES de un continuo de masa unitaria de firmas de *retail* diferenciadas, que utiliza producto intermedio como único *input*. El producto final está dado por

$$Y_t = \left[\int_0^1 Y_{jt}^{\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}} df \right]^{\frac{\varepsilon}{\varepsilon-1}} \quad (29)$$

donde Y_{jt} es el producto del *retailer* $j \in [0,1]$. La minimización de costos de las familias implica la siguiente función de demanda:

$$Y_{jt} = \left(\frac{P_{jt}}{P_t} \right)^{-\varepsilon} Y_t \quad (30)$$

$$P_t = \left[\int_0^1 P_{jt}^{\frac{1}{1-\varepsilon}} dj \right]^{1-\varepsilon} \quad (31)$$

Como en Christiano, Eichenbaum y Evans (2005) las firmas de *retail* enfrentan precios à la Calvo e indexación parcial. Luego, el problema de maximización para una firma de *retail* j está dado por:

$$\begin{aligned} \max \sum_{k=0}^{\infty} \theta^k E_t \left\{ \Lambda_{t,t+k} Y_{t+k}(j) (P_t^*(j) \prod_{l=1}^k (\pi_{t+l-1}^k)^{\delta_D}) - MC_{t+k} \right\} \\ \text{s.a. } Y_{t+k}(j) \leq \left(\frac{P_t^*(j)}{P_t} \right)^{-\varepsilon_D} Y_{t+k} \end{aligned} \quad (32)$$

donde

$$MC_{t+k} = P m_t^{\lambda_c} (S_t Oil_t)^{1-\lambda_c} \quad (33)$$

Con lo anterior, las firmas productoras de bienes intermedios deben asumir el costo de transporte medido por el precio del petróleo Oil_t .

En particular, en cada período una firma está dispuesta a ajustar sus precios con probabilidad $1-\theta$. Entre esos períodos, la firma está dispuesta a indexar parcialmente su precio a la tasa de inflación pasada con probabilidad $0 \leq \delta_D \leq 1$. El nivel de precios evoluciona de acuerdo a

$$P_t = \left[(1-\theta) (P_t^*)^{\frac{1}{1-\varepsilon}} + \theta (\pi_{t-1}^{\delta_D} P_{t-1})^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \right]^{1-\varepsilon} \quad (34)$$

2.6 Restricción de recursos y gasto de gobierno

El gasto de gobierno sigue un proceso $AR(1)$, financiándose con impuestos *lump-sum* y deuda es pública (doméstica y externa). La restricción presupuestaria del sector fiscal es:

$$P_t T_t + R_t^{-1} B_{t+1} + S_t \left(\Phi \left(\frac{B_{t+1}^*}{PIB_t} \right) R_t^* \right)^{-1} B_{t+1}^{G^*} = S_t B_t^{G^*} + B_t + P_t G_t$$

(35) donde $B_t^{G^*}$ son bonos de gobierno. La política monetaria sigue una regla de Taylor que responde ante cambios en el producto, la inflación y el tipo de cambio.

Además, se introduce inercia en la respuesta monetaria, con el parámetro Ω_R , lo cual permite reflejar el grado de persistencia existente. La regla de Taylor es la siguiente:

$$R_t^* = \bar{R} \left(\left(\frac{\Pi_{t+1}}{\bar{\Pi}} \right)^{\phi_\pi} \left(\frac{PIB_t}{\bar{PIB}} \right)^{\phi_y} \left(\frac{E_t}{\bar{E}} \right)^{\zeta_e^1} \left(\frac{E_t}{E_{t-1}} \right)^{\zeta_e^2} \right) e^{u_t^R} \quad (36)$$

$$R_t = (R_{t-1})^{\Omega_R} (R_t^*)^{1-\Omega_R} \quad (37)$$

donde \bar{R} es la tasa natural, Π_t es la inflación total, $\bar{\Pi}$ es el objetivo inflacionario, \bar{PIB} es el PIB potencial, E_t es el tipo de cambio real, \bar{E} es el tipo de cambio real de equilibrio y u_t^R es un shock monetario.

2.7 Sector Externo

En el modelo, se supone que las exportaciones X_t dependen del tipo de cambio real E_t , de la actividad económica internacional PIB_t^* y además, presenta cierto grado de inercia Ω . Luego,

$$X_t = (E_t)^{-\eta^*} PIB_t^* \quad (38)$$

$$X_t = (X_{t-1})^\Omega (X_t)^{1-\Omega} \quad (39)$$

Además, como en Schmitt-Grohé y Uribe (2003), para cerrar el modelo se supone que el riesgo país depende de la deuda externa de la siguiente forma:

$$S_t \left(\Phi \left(\frac{B_{t+1}^*}{PIB_t} \right) R_t^* \right)^{-1} \quad (40)$$

2.8 Equilibrio

Para obtener el consumo agregado de la economía, se agregan de manera ponderada los consumos que realizan las familias restringidas y no restringidas:

$$C_t = (1-\lambda_c) C_t^R + (\lambda_c) C_t^o = \int_0^{\lambda_c} C_t^o(i) di + \int_{1-\lambda_c}^1 C_t^R(i) di \quad (41)$$

En el caso de los intermediarios financieros, sus fondos provienen únicamente de aquellas familias que tienen acceso al mercado financiero, es decir

$$B_t = \lambda_c (B_t^o) \quad (42)$$

La deuda total de la economía considera la deuda de las familias no restringidas y la deuda de gobierno:

$$B_t^* = B_t^{G*} + \lambda_c B_t^{o*} \quad (43)$$

El trabajo agregado en la economía es un ponderado del trabajo realizado por las familias restringidas y las no restringidas:

$$L_t = (1 - \lambda_c) L_t^R + \lambda_c L_t^o \quad (44)$$

El equilibrio del mercado de bienes intermedios está caracterizado por la siguiente expresión de gasto:

$$P_{m,t} Y_t = P_t C_t + P_t I_t + P_t G_t + P_t X_t \quad (45)$$

Por último, una vez agregadas cada una de las restricciones de las familias y las firmas, se obtiene la restricción total de la economía:

$$P_t C_t + P_t I_t \left(1 + f \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \right) \right) + P_t G_t = P_{m,t} Y_t - S_t M_t + S_t \left(\Phi \left(\frac{B_{t+1}^*}{Y_t} \right) R_t^* \right)^{-1} B_{t+1}^* \quad (46)$$

$$- S_t B_t^* + (S_t P_t^{cu} \overline{CU}) + Q_t K_{t+1} - R_{F,t} Q_{t-1} K_t$$

donde $(S_t P_t^{cu} \overline{CU})$ son los ingresos provenientes del cobre (en el caso chileno).

ANEXO V

SECTOR EXTERNO, DEFINICIONES Y SHOCKS DEL MODELO KEYNESIANO REDUCIDO

Ecuaciones de comportamiento del sector externo

Demanda Agregada

$$ygap_t^* = \beta_1^* \cdot ygap_{t-1}^* + \beta_2^* \cdot ygap_{t+1}^* - \beta_3^* \cdot rrgap_{t-1}^* + \varepsilon_t^{ygap^*} \quad (1)$$

donde $ygap_t^*$ denota la brecha del producto extranjera, $rrgap_t^*$ es la brecha entre la tasa de interés real extranjera y su valor de equilibrio, y $\varepsilon_t^{ygap^*}$ es el proceso estocástico del error.

Inflación

$$\pi_t^* = \delta_1^* \cdot \pi_{t+4}^{4*} + (1 - \delta_1^*) \cdot \pi_{t-1}^{4*} + \delta_2^* \cdot ygap_{t-1}^* + \varepsilon_t^{\pi^*} \quad (2)$$

donde π_t^* es la tasa trimestral anualizada del índice de precios del consumidor extranjero, π_t^{4*} es la media móvil de la inflación trimestral anualizada, y $\varepsilon_t^{\pi^*}$ es el proceso estocástico del error.

Función de reacción de la política monetaria

$$rs_t^* = \alpha_1^* \cdot rs_{t-1}^* + (1 - \alpha_1^*) \cdot \left(rr_eq_t^* + \pi_t^{4*} + \alpha_2^* \cdot (\pi_{t+4}^{4*} - \pi^{T*}) + \alpha_3^* \cdot ygap_t^* \right) + \varepsilon_t^{rs^*} \quad (3)$$

donde rs_t^* es la tasa de política de corto plazo anualizada extranjera, $rr_eq_t^*$ es la tasa de interés real de equilibrio extranjera, π^{T*} es la tasa de inflación meta extranjera, y $\varepsilon_t^{rs^*}$ es el proceso estocástico del error.

Tabla 1: Procesos Estocásticos e Identidades del Modelo Estructural Reducido

<i>Procesos estocásticos</i>	<i>Identidades</i>
$\varepsilon_t^{ygap} = \rho^{ygap} \cdot \varepsilon_{t-1}^{ygap} + \xi_t^{ygap}$	$\pi_t^4 = (\pi_t + \pi_{t-1} + \pi_{t-2} + \pi_{t-3})/4$
$\varepsilon_t^{ygap^*} = \rho^{ygap^*} \cdot \varepsilon_{t-1}^{ygap^*} + \xi_t^{ygap^*}$	$\pi_t^{4*} = (\pi_t^* + \pi_{t-1}^* + \pi_{t-2}^* + \pi_{t-3}^*)/4$
$\varepsilon_t^\pi = \rho^\pi \cdot \varepsilon_{t-1}^\pi + \xi_t^\pi$	$rr_t = rs_t - \pi_{t+1}$
$\varepsilon_t^{\pi^*} = \rho^{\pi^*} \cdot \varepsilon_{t-1}^{\pi^*} + \xi_t^{\pi^*}$	$rr_t^* = rs_t^* - \pi_{t+1}^*$
$\varepsilon_t^{rs} = \rho^{rs} \cdot \varepsilon_{t-1}^{rs} + \xi_t^{rs}$	$rrgap_t = rr_t - rr_eq_t$
$\varepsilon_t^{rs^*} = \rho^{rs^*} \cdot \varepsilon_{t-1}^{rs^*} + \xi_t^{rs^*}$	$rrgap_t^* = rr_t^* - rr_eq_t^*$
$\varepsilon_t^z = \rho^z \cdot \varepsilon_{t-1}^z + \xi_t^z$	$zgap_t = z_t - z_eq_t$