

Subastando la Energía para Clientes Regulados: Un Análisis de Equilibrio *

Francisco Caravia R. [¥]
Fiscalía Nacional Económica de Chile

Eduardo Saavedra P. [§]
ILADES-Universidad Alberto Hurtado

Agosto 2005

Resumen

La reciente liberalización del mercado de generación eléctrica para clientes regulados autoriza a las empresas distribuidoras a contratar energía a precios que pueden ser superiores al precio nudo fijado por el regulador, traspasándolos íntegramente a sus consumidores. Motivado en esta reforma legal, este artículo analiza el equilibrio que resulta de una subasta hipotética en que una empresa distribuidora contrataría su energía. El modelo supone dos empresas generadoras, una hidráulica y otra térmica, ambas aversas al riesgo, que compiten ofertando precio por la energía subastada de un único distribuidor, vendiendo o comprando en el mercado spot sus diferencias de producción. Se supone además que generación hidráulica es estocástica, mientras que por simpleza se supone que la generación térmica es segura. Se demuestra que si la subasta es competitiva, ésta se adjudica a la generadora que fija el precio del mercado spot del sistema cuando hay sequía. Así, la empresa térmica es la que margina cuando la sequía es moderada, ofertando un precio mayor que el precio nudo o promedio del costo marginal esperado del sistema. Por otro lado, si la sequía es extrema al punto de generar desabastecimiento, entonces será la firma hidráulica la que ofrecerá el menor precio en la subasta. Los resultados son robustos a suponer si la sequía extrema es o no fuerza mayor (artículo 99 bis de la Ley Eléctrica). Por último, se encuentra que si ambas generadoras fueran neutrales al riesgo ofrecerían el mismo precio en la subasta e igual al precio nudo regulado, haya o no riesgo de desabastecimiento en períodos secos.

Palabras Clave: Subasta, Energía, Abastecimiento incierto, Racionamiento Eléctrico

Clasificación JEL: D44, D81, L43, L94

* Trabajo basado en la tesis de Master of Arts in Economics de Francisco Caravia del Programa ILADES-Georgetown University. Las opiniones expresadas en este artículo son de exclusiva responsabilidad de sus autores y no necesariamente representan a las instituciones donde trabajan.

¥ División de Estudios Mercados No Regulados, Fiscalía Nacional Económica de Chile. fcaravia@fne.cl

§ Departamento de Economía y Administración, Universidad Alberto Hurtado, Chile. saavedra@uahurtado.cl

1 Introducción

La reciente modificación a la Ley Eléctrica en Chile (Ley 20.018 de Mayo de 2005) permite a las empresas distribuidoras comprar la energía a las generadoras para abastecer a los clientes finales regulados a través de subastas, en donde la principal innovación a la ley radica en que los precios que pagarán los clientes regulados será el que resulte de esas subastas, pudiendo incluso llegar a ser un tercio superior al precio nudo o regulado. Más allá de las razones que motivaron esta rápida modificación legal, que revisamos enseguida, lo importante es la liberalización de este mercado, por cuanto el precio que pagarán los consumidores regulados ya no estará directamente fijado por el regulador, sino por el mercado. Luego, nos parece de suma importancia analizar las propiedades de los precios de equilibrio resultantes en este tipo de subastas. Algunas preguntas que nos interesa responder son ¿serán estos precios mayores, iguales o menores a aquellos que fijaría el regulador? ¿De qué variables económicas depende una eventual diferencia?

Motivado en la mencionada reforma legal y teniendo en mente las preguntas previas, este artículo analiza el equilibrio que resulta de una subasta hipotética en que una empresa distribuidora contrataría su energía. Para ello se modela un mercado hipotético con dos empresas generadoras, una hidráulica y otra térmica, ambas aversas al riesgo, que compiten por contratar el abastecimiento para clientes regulados de un único distribuidor, vendiendo o comprando en el mercado *spot* las diferencias de producción, según corresponda. Asimismo, se supone que la generación hidráulica es estocástica con dos estados posibles: normal y seco; mientras que por simpleza se supone que la generación térmica es segura. Por último, como una primera aproximación al tema se supone que en todo momento las empresas generadoras compiten entre sí y no siguen estrategias colusivas en las subastas de energía.

El principal resultado de este trabajo es que si la subasta es competitiva, ésta es adjudicada por la generadora que fija el precio del mercado *spot* del sistema en el estado de la naturaleza seco. Así, la empresa térmica es la que margina cuando la sequía es moderada y, por lo tanto, la que está dispuesta a ofrecer un precio más bajo en la subasta, no obstante tal precio es mayor que el precio nudo o promedio del costo marginal esperado del sistema. Por otro lado, si la sequía es extrema al punto de producir desabastecimiento, entonces será la firma hidráulica la que ofrecerá el menor precio en la subasta.

Adicionalmente, se encuentra que los resultados principales son robustos a suponer si la sequía es o no fuerza mayor (artículo 99 bis de la Ley Eléctrica) a efectos del pago de compensaciones que demanda la Ley. Por último, se encuentra que si ambas generadoras fueran neutrales al riesgo ofrecerían el mismo precio en la subasta e igual al precio nudo regulado, haya o no riesgo de desabastecimiento.

La decisión de fijar por ley que el precio que pagarán los clientes regulados por su energía consumida estará dado por el resultado de subastas competitivas y no directamente por el precio nudo tiene ventajas y desventajas obvias. La principal ventaja es que el gobierno deja

su rol de regulador en un mercado que podría ser competitivo, condición que en este artículo nosotros sólo lo suponemos y cuya veracidad dependerá crucialmente del diseño de la subasta que haga el regulador vía Reglamento Eléctrico, liberalización que debiera entregar mayor transparencia y certeza jurídica a potenciales inversionistas en el mercado de la generación eléctrica. Ello por cuanto es muy complejo el proceso fijación de precios para los clientes regulados debido a la gran cantidad de variables que considera el regulador en dicho proceso, existiendo espacio para un eventual manejo discrecional por parte de la autoridad al utilizar dichos parámetros. Tanto las distribuidoras como las generadoras eléctricas han cuestionado la supuesta falta de objetividad y la rigidez del proceso de fijación tarifaria, lo que ha producido diversas disputas entre las generadoras, las distribuidoras y la autoridad regulatoria.¹

Por otro lado, el mayor problema de usar las subastas para tarificar es la posibilidad de colusión entre las generadoras, en particular por el alto grado de concentración del segmento generación en nuestro país, posibilidad que se ve incrementada por la falta de incentivos de las distribuidoras en monitorear las condiciones competitivas de las mencionadas subastas, ya que al fin y al cabo ellas son meras intermediarias entre lo que paga el consumidor y lo que recibe el generador.

La literatura de subastas en la industria eléctrica ha surgido principalmente por la reestructuración del mercado *spot* en aquellos países en donde el despacho se descentraliza. Así, el trabajo de Klemperer y Meyer (1989) que considera un modelo oligopólico con función de oferta bajo incertidumbre es tomado y adaptado principalmente para los mercados eléctricos de USA y Reino Unido por Green y Newbery (1992), Von der Fehr y Harbord (1993), Newbery (1998); y en menor medida por los trabajos de Stacchetti (1999) y Fabra et. al. (2004). En toda esta literatura el despacho es realizado de acuerdo a los precios subastados independientemente de su costo marginal de producción. Sin embargo, la Ley Eléctrica en Chile mantiene el esquema de despacho centralizado (por orden de mérito o a costo marginal), con lo que esta literatura sólo tangencialmente podría ayudar a entender las consecuencias económicas de la modificación legal reciente en nuestro país.

Así, el aporte de nuestro trabajo radica en el estudio de los precios de la energía de equilibrio resultantes de una subasta competitiva cuando el despacho continúa siendo de acuerdo a condiciones de costo de las empresas generadoras. Una omisión conciente de nuestro trabajo es que nosotros no estudiamos el diseño de una subasta óptima; sólo se considera que la subasta fue óptimamente diseñada y las empresas generadoras ofrecen precios que reflejan sus verdaderos costos de oportunidad.

La importancia de este trabajo viene dada porque cerca de un 60% de la energía consumida en el Sistema Interconectado Central (SIC) de Chile es a cuenta de los clientes

¹ Basaños, et. al. (2001) reportan disputas en este tenor ya en las fijaciones tarifarias de los años 90s.

regulados, por lo que una errónea fijación tarifaria tendría consecuencias importantes sobre una eficiente asignación de recursos en este mercado.² Si bien las distribuidoras desde hace más de una década están obligadas legalmente a licitar de manera abierta sus necesidades de abastecimiento de energía, la situación es diferente a lo que sucederá con la modificación legal debido a que el precio siempre estuvo amarrado a ese fijado por el regulador. Asimismo, con la modificación legal el gobierno apuesta a que el nuevo mecanismo de fijación de precios a clientes regulados entregue las señales correctas a los inversionistas en generación, situación que ha sido deficitaria y es considerada como un potencial cuello de botella para el desarrollo del sector.³

El trabajo se estructura de la siguiente forma. En la sección dos se muestran los hechos estilizados del mercado eléctrico en el SIC, en particular las características del sector generación y un análisis econométrico de las series de precio nudo y del costo marginal o precio *spot* del sistema. Todo ello con miras a mostrar que en la práctica el precio nudo o regulado no ha estado necesariamente ligado a los costos marginales esperados como era de suponer. La sección tres plantea el modelo teórico y su resolución. La sección cuatro presenta algunas variantes del modelo para estudiar la robustez de los resultados. Por último, la sección cinco concluye.

2 La Industria Eléctrica Chilena

Esta sección entrega algunas características centrales del diseño regulatorio y funcionamiento de esta industria necesarios par entender la modelación que se hace en la sección siguiente. Un lector familiarizado con el sector podría saltar sección.

Mercados Eléctricos, Despacho y Precio Nudo

Lo primero es mencionar que geográficamente se segmenta la industria en dos grandes sistemas interconectados (Sistema Interconectado del Norte Grande o SING y Sistema Interconectado Central o SIC) más dos sistemas menores (Aysén y Magallanes). En cada uno de los sistemas interconectados mayores existen básicamente tres mercados eléctricos: el de clientes libres, el de los clientes regulados y el mercado *spot*. El mercado de los clientes libres o usuarios de alta demanda es aquel donde el consumidor negocia directamente con una generadora o una

² Esto no es de importancia si se cree que la demanda eléctrica es inelástica, ya que solamente se trataría de un problema de redistribución de riqueza entre empresa y consumidores. Hay evidencia empírica, sin embargo, que muestra una no despreciable elasticidad de demanda residencial por energía eléctrica (Benavente et. al., 2005), estimándose ésta en 0,048 en un mes y 0,39 en el largo plazo.

³ La creencia de que la falta de inversiones pueda llevar a problemas de abastecimiento ha sido puesta en su justa dimensión por trabajos como los de Galetovic et. al. (2002 y 2002a), quienes encuentran que las posibilidades de racionamiento en el corto plazo es más bien baja. Si bien esos estudios son pertinentes al contexto de principios de la década en que la demanda por energía creció muy poco debido al bajo crecimiento económico de los últimos años, tal conclusión se puede revertir en tanto el país reinicie un crecimiento sostenido en torno al 5% como parece ser la tónica desde 2004 en adelante.

distribuidora para que le abastezca de la energía y potencia a un precio y calidad acordado. Un aspecto importante a tener en cuenta es que el precio regulado depende indirectamente del promedio de los precios de los clientes libres, hecho que será analizado más adelante. Su complemento es el mercado de los clientes regulados (usuarios pequeños) es el más grande del SIC, representando más del 60% de la demanda total. En este mercado las distribuidoras compran la energía a las generadoras a precio nudo, precio fijado por la autoridad cada seis meses (en abril y octubre).

Antes de la promulgación de la Ley 20.018, las generadoras debían licitar sus contratos de abastecimiento con cualquier empresa generadora, licitaciones que desde 1999 han sido en varias oportunidades declaradas desiertas a causa de la dificultad para las generadoras de cubrir el riesgo que les produce el precio nudo en contratos de largo plazo. Con todo, se esgrimía que causa central de ello era la modificación al artículo 99 bis de la Ley Eléctrica durante la crisis de 1998-99. En ella se estableció la eliminación de las limitaciones al pago de compensaciones en caso de sequías extremas. Argumentaban las empresas generadoras que tal modificación legal no ha fue incluida en el cálculo del precio nudo y, por lo tanto, éste no estaría reflejando la situación de mayor incertidumbre que enfrentan las generadoras con contratos de largo plazo. De allí su negativa a participar en las licitaciones cuyo precio techo era el nudo.

La Ley 20.018 pretende solucionar estos problemas al incorporar algunos artículos indicando que el precio que resulte de la licitación no variará directamente por los cálculos tarifarios de precio que realiza el regulador en los meses de abril y octubre de cada año, sino preferentemente por las indexaciones propias de contratos de largo plazo que se establezcan en la subasta que realicen las empresas distribuidoras. Lo anterior implica que el precio de los contratos entre generadoras y distribuidoras que resulte de estas subastas se conocerá para todo el período de vigencia por lo que desaparece una gran componente de incerteza. Más aún, previendo los problemas reales de abastecimiento de gas natural desde la Argentina, cuya incertidumbre no es medible por estar sujeta al riesgo político del país vecino, o cualquier otra fuente de incerteza como la mencionada, la reforma legal definió como oferta máxima aceptable para ser traspasada como precio de los clientes regulados un valor de hasta un 20% superior al precio nudo determinado por el regulador.⁴

Finalmente, el mercado *spot* es aquel donde las generadoras intercambian energía y potencia a costo marginal instantáneo o del sistema. Este mercado lo controla el Centro de Despacho Económico de Carga (CDEC), organismo independiente de las empresas y del regulador. El CDEC ordena el despacho de las plantas de menor a mayor costo operacional, independientemente de los contratos que tengan las generadoras con sus clientes, además como

⁴ Este precio nudo está a su vez influido por los precios promedios del mercado de clientes regulados y a las diferencias entre estos y el determinado teóricamente por el regulador (artículo 101 y siguientes de la Ley Eléctrica).

todas las generadoras pueden comprar o vender en el mercado *spot* no existen restricciones de capacidad individual por generadora. Así, en un momento dado una generadora cualquiera puede ser superavitaria (deficitaria) si su producción real ordenada por el CDEC es mayor (menor) que sus compromisos comerciales con clientes libres y empresas distribuidoras.

Es importante tener presente que el despacho comienza con las centrales hidráulicas de pasada, pues al no tener capacidad de almacenamiento de agua, si no se las utiliza en el momento, el agua y por lo tanto la energía potencial que podrían producir se pierde. Luego son despachadas las centrales térmicas, partiendo por las de ciclo combinado luego las de carbón y finalmente las menos eficientes (petróleo). El costo marginal de los embalses depende de la hidrología esperada y las reservas de agua, costo que es estimado por un modelo de programación dinámica estocástica. Tal costo puede ser muy bajo si las reservas son importantes y por tanto ser incluso despachadas como centrales de pasada (por ejemplo, cuando los embalses vierten) o este costo puede llegar a ser tan alto que simplemente no son despachadas (por ejemplo, cuando hay sequía extrema y desabastecimiento).

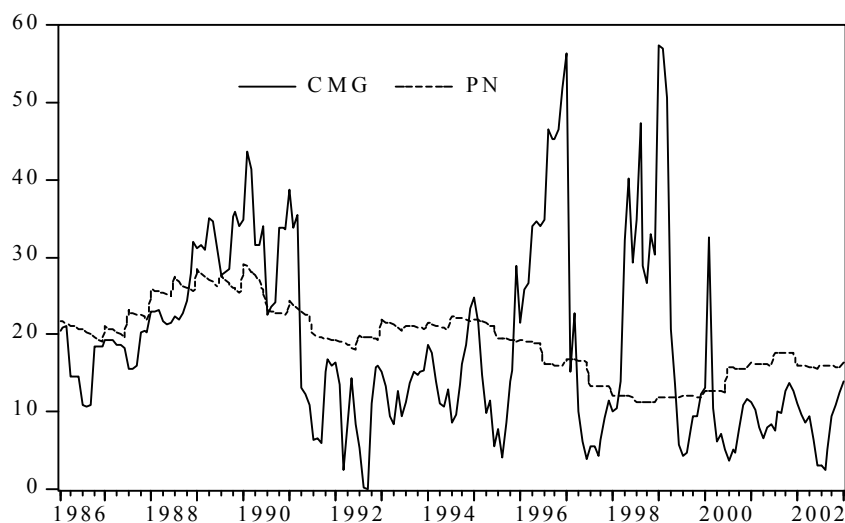
Como ya se mencionó, el precio que enfrentan los clientes regulados es fijado por la autoridad regulatoria y está compuesto por el precio regulado de suministro (precio de nudo) y el precio regulado a nivel de distribución, denominado valor agregado de distribución (VAD). El precio de nudo teórico se determina considerando el costo de suministrar un KW adicional (precio de nudo de energía), el costo de suministrar un KW adicional en horas de punta (precio de nudo de potencia) y el costo marginal de la transmisión. El precio nudo de energía es un promedio ponderado (en función de la demanda) de los costos marginales trimestrales previstos para los cuatro años siguientes. Estos costos marginales se calculan simulando la operación óptima del sistema, para lo que el regulador necesita estimar la demanda futura, los costos de operación de las centrales, el costo de falla de suministro, inversión en centrales generadoras, etc.

Un punto importante a destacar es que el precio nudo teórico obtenido no debe diferir en más de un cierto porcentaje del promedio ponderado de los precios libres (cuyo porcentaje ha variado en las últimas reformas legales), en el caso contrario el regulador debe ajustar el precio a los de la banda, de modo de alcanzar el límite más próximo, denominándose a este precio el precio nudo efectivo. Esta situación le da al sistema una inercia importante pues los contratos de clientes libres en la práctica también están anclados al precio nudo, por lo que si el modelo entrega un precio teórico muy alto, debido a una baja inversión o un aumento en los costos de producción del sistema, esto no se reflejará en el precio nudo efectivo y por lo tanto las empresas generadoras no enfrentarán los incentivos correctos del precio nudo teórico. Como mencionáramos, tal situación habría llevado a propiciar la reforma legal del año 2005, una de cuyas consecuencias analizamos en este artículo.

Como se aprecia en Figura 1, el costo marginal promedio mensual presenta gran variabilidad durante todo el período de estudio. Por ello, para evitar que tales variaciones fueran

traspasadas a los usuarios, las generadoras venden su energía a estos usuarios a precio regulado. El espíritu del legislador se mantuvo con el cambio a precios subastados, ya que se traspasa a consumidores el precio de la energía por el tiempo que perdure el contrato.⁵

Figura 1. Precio Nudo Efectivo y Costo Marginal Promedio Mensual del SIC



Fuente: CNE y CDEC

Propiedad y Parque Generador en el SIC

Es posible observar que el parque generador del SIC es predominantemente hidroeléctrico (Cuadro 1), en donde casi un 60% de la potencia instalada es en centrales que usan el agua como insumo esencial (centrales de pasada y embalses).

Cuadro 1. Potencia Instalada en el SIC (diciembre 2004)

Tipo de Central	Potencia Bruta Instalada	
	MegaWatts	%
Termoeléctrica	3.261,1	41,39%
Hidroeléctrica	4.618,8	58,61%
Potencia Total Instalada	7.879,9	100%

Fuente: CNE

⁵ El Anexo I entrega un análisis econométrico de ambas series. Se encuentra que éstas no cointegran, lo que da indicios en cuanto a que el precio regulado no era un buen indicador de los costos marginales esperados del sistema; esto previo incluso al año 2004 (cuando se hace presente el riesgo no previsto de abastecimiento de gas natural desde la Argentina).

Sin embargo, como se muestra en el Cuadro 2, debido a fluctuaciones pluviométricas, la generación de energía puede pasar desde casi un 70% hidráulica en años considerados lluviosos (sin considerar los años previos al ingreso del gas natural argentino como insumo de esta industria) a menos de un 48% en años considerados (muy) secos.

Cuadro 2. Porcentaje de Generación de Energía Promedio por Tipo de Planta (SIC)

	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Hidroeléctrica	71,6%	75,6%	59,2%	47,5%	62,5%	68,3%	70,4%	64,8%	57,4%
Ciclo Combinado	0,0%	0,2%	14,8%	20,2%	19,1%	17,7%	17,8%	21,7%	24,3%
Térmica Eficiente	23,7%	19,6%	23,3%	23,2%	17,8%	13,9%	11,8%	13,5%	18,0%
Térmica Ineficiente	4,7%	4,6%	2,8%	9,1%	0,6%	0,0%	0,0%	0,0%	0,3%

Fuente: CNE

Otra importante característica del segmento generación en el SIC es el alto grado de concentración de la propiedad existente. Como se aprecia en el Cuadro 3, los tres grupos más grandes - Endesa, Colbún y AES Gener - concentran más del 90% de la capacidad instalada.

Cuadro 3. Potencia Instalada por Grupo Económico (año 2004)

Empresa Operadora	Potencia Hidráulica Instalada (MW)	Potencia Térmica Instalada (MW)	Total Potencia Bruta Instalada (%)
Endesa	2.173	498	33,89%
Pehuenche	623	0	7,91%
Pangue	467	0	5,93%
San Isidro	0	370	4,70%
Total Grupo Endesa	3.263	868	52,41%
Aes Gener	245	537	9,92%
Eléctrica Santiago	0	379	4,81%
Guacolda	0	304	3,86%
Total Grupo AES Gener	245	1.220	18,58%
Colbún	697	853	19,67%
Total Grupo Colbún	697	853	19,67%
Otros	414	321	9,33%
TOTAL SIC	4.619	3.261	100,00%

Fuente: CNE y elaboración propia

Es interesante además observar en este cuadro que el mix de tecnología de generación que utilizan estos grupos económicos difiere; pues de acuerdo a la potencia bruta instalada el grupo Endesa es mayoritariamente hidráulico (79%), AES Gener es mayoritariamente térmico (83%) y el grupo Colbún bastante equilibrado (53% térmico). En consecuencia, es posible suponer en un modelo abstracto que el SIC es abastecido por dos empresas, un generador totalmente hidráulico y otro totalmente térmico, siguiendo la línea de trabajos como los de Arellano (2004) y Serra (1997).

3 El Modelo

Se supone que el mercado es abastecido por dos firmas, ambas aversas al riesgo, una de generación hidráulica y otra térmica. La capacidad de generación de la firma hidráulica depende de la hidrología del año, donde la capacidad máxima de generación se produce en un año lluvioso. Para la firma térmica su capacidad productiva es constante. Se supone que las capacidades de producción de ambas firmas están dadas y no pueden ser modificadas, el menos en el corto plazo.

Los costos marginales de generación para un año con una hidrología promedio (indistintamente normal o lluvioso) son c_H para la firma hidráulica (H) y c_T para la firma térmica (T), con $c_H < c_T$, lo que implica que la firma hidráulica es llamada primero a producir en el mercado *spot*. En el caso de sequía extrema, el costo marginal de generación hidráulica es igual al costo de falla del sistema y, por lo tanto, la relación de costos de producción entre las firmas queda $c_H^F > c_T$, lo que implicaría que sólo en caso de desabastecimiento es la planta térmica la llamada a producir en primer lugar por el CDEC. Este caso de sequía extrema se reserva para la siguiente sección de este artículo.

A lo largo de esta sección se consideran dos estados de la naturaleza: uno lluvioso, con probabilidad α , en el cual sólo la firma hidroeléctrica es llamada a producir y uno seco, con probabilidad $(1-\alpha)$, donde las dos firmas producen. Se considera, además, que la capacidad de generación de la firma hidráulica depende del estado de la naturaleza que se observa, siendo ésta k_α en el estado lluvioso y $k_{(1-\alpha)}$ en el estado seco, con $k_\alpha > k_{(1-\alpha)}$. La firma térmica tiene una capacidad de generación, k_T , independiente del estado de la naturaleza que se observa.

Dada una demanda contratada \bar{f} de la distribuidora, las firmas generadoras pueden comprar (vender) el faltante (sobrante) de la energía en el mercado *spot* de acuerdo al estado de la naturaleza que se presenta. Dado el supuesto que sólo la firma hidráulica es llamada a producir en un año lluvioso, esto implica que su capacidad en ese estado es suficiente para cubrir la demanda de los clientes regulados de la distribuidora y vender en el mercado *spot* el sobrante. Para el caso de un año seco no extremo, la capacidad de producción de ambas firmas logra cubrir

la demanda de la distribuidora. Consistente con esto, se supone sin pérdida de generalidad que no existe un mercado de clientes libres, ya que su incorporación sería redundante con el diseño de la subasta que hace la distribuidora.

Finalmente, sea $u(x)$ la función de utilidad del beneficio de los dueños de estas empresas. Se asume que $u(x)$ es continua, creciente y dos veces diferenciable, con $u'(x) > 0$ y $u''(x) < 0$, en donde x representa los pagos o beneficios efectivos de cada empresa en un estado de la naturaleza determinado.

Previo al análisis de las características de equilibrio de la subasta veamos qué predice el modelo respecto de la situación anterior a la entrada en vigencia de la modificación legal, en donde las distribuidoras pagan a las generadoras el precio nudo regulado. Se trata por tanto de una subasta por un bloque de energía con el precio determinado exógenamente. El siguiente resultado muestra qué debiera teóricamente suceder con los contratos de abastecimiento de las distribuidoras en este caso (ésta y todas las demás proposiciones, lema y corolario se demuestran en el Anexo II).

Proposición 1: *Dado el precio nudo regulado que refleja el costo esperado del sistema*

$P_N = \alpha c_H + (1 - \alpha)c_T$ y si sin pérdida de generalidad se supone que $u(x) = \ln(x)$, entonces la firma hidráulica preferirá contratar en el mercado regulado sólo hasta su capacidad de generación en el estado de sequía, esto es su oferta $f^H = k_{(1-\alpha)}$; mientras que la firma térmica estará dispuesta a abastecer toda la demanda de la distribuidora, aunque ésta sea mayor a su propia capacidad, es decir $f^T = k^T$.

Este resultado nos dice que entre ambas empresas deberían contratar toda la demanda de las distribuidoras y, sin importar los costos marginales en uno u otro estado de la naturaleza, la firma hidráulica no corre el riesgo de llegar a ser deficitaria; sin embargo, el generador térmico será deficitario en el estado normal-lluvioso. Si este resultado no ha sido así en la práctica, la razón debe buscarse en la diferencia entre el precio nudo y los costos efectivamente esperados por las firmas, ya sea a consecuencia de los ajustes por los contratos con clientes libres, estimación diferente de los costos de operación o probabilidades de ocurrencia de los eventos diferente entre regulador y empresas generadoras.

De aquí en adelante suponemos que el precio nudo o regulado no es restrictivo y por lo tanto la subasta cambia su estrategia desde una que decía "oferto tal cantidad al precio fijado" a una que dice "oferto a tal precio la cantidad requerida". En consecuencia, los resultados que se encuentren deben ser comparados con cautela con el de la Proposición 1.

Equilibrios en la Subasta por Energía

Suponemos que las firmas compiten por precio en una subasta única y competitiva por abastecer el mercado *forward* o de clientes regulados de una única empresa distribuidora, cuya demanda, \bar{f} , es conocida por ambos generadores e inelástica.⁶ La secuencia del juego es la siguiente: observada la demanda, las empresas generadoras eligen simultánea e independientemente sus ofertas $b_i \in [0, P]$, $i = H, T$, donde P es el precio de reserva de mercado determinado por el regulador a partir de la disposición legal (precio máximo). Si las ofertas son diferentes, la firma con el menor precio debe abastecer el total de la demanda, independiente del estado de la naturaleza que ocurra. Suponemos por ahora que si ambas ofertas son iguales, ambas empresas contratan con la distribuidora en partes iguales. Una vez asignado el ganador, la naturaleza se revela y se producen los pagos correspondientes. En suma, las empresas generadoras deben elegir el precio a abastecer el bloque de energía que licita la empresa distribuidora para los clientes regulados, tal que maximice el pago (utilidad) esperado para sus dueños:

Las utilidades esperadas de los dueños de la firma hidroeléctrica son:

$$\Pi_H^E(b_H) = \begin{cases} \alpha * u(b_H \bar{f} + c_H(k_\alpha - \bar{f}) - c_H k_\alpha) + \\ \quad + (1 - \alpha) * u(b_H \bar{f} + c_T(k_{1-\alpha} - \bar{f}) - c_H k_{1-\alpha}) & \text{si } b_H < b_T \\ (1 - \alpha) * u(c_T k_{1-\alpha} - c_H k_{1-\alpha}) & \text{si } b_H > b_T \\ \alpha * u\left(b_H \frac{\bar{f}}{2} + c_H\left(k_\alpha - \frac{\bar{f}}{2}\right) - c_H k_\alpha\right) + \\ \quad + (1 - \alpha) * u\left(b_H \frac{\bar{f}}{2} + c_T\left(k_{1-\alpha} - \frac{\bar{f}}{2}\right) - c_H k_{1-\alpha}\right) & \text{si } b_H = b_T \end{cases} \quad (1)$$

Mientras que los de la firma térmica son:

$$\Pi_T^E(b_T) = \begin{cases} \alpha * u(b_T \bar{f} - c_H \bar{f}) + \\ \quad + (1 - \alpha) * u(b_T \bar{f} + c_T(k_T - \bar{f}) - c_T k_T) & \text{si } b_T < b_H \\ 0 & \text{si } b_T > b_H \\ \alpha * u\left(b_T \frac{\bar{f}}{2} - c_H \frac{\bar{f}}{2}\right) + \\ \quad + (1 - \alpha) * u\left(b_T \frac{\bar{f}}{2} + c_T\left(k_T - \frac{\bar{f}}{2}\right) - c_T k_T\right) & \text{si } b_T = b_H \end{cases} \quad (2)$$

⁶ Es equivalente a que la distribuidora licite un bloque de energía. Si licitara varios bloques de energía los resultados podrían diferir, lo que no es analizado en este trabajo.

Sea P_i^* , para $i = \{H, T\}$, el precio tal que la utilidad esperada para la firma i de ganar la subasta es igual a la utilidad esperada de perderla.

Lema 1: El precio al cual los pagos de ganar la subasta se igualan al de perderla es mayor para la firma hidráulica que para la térmica, es decir $P_H^* > P_T^*$.

El Lema 1 no parece muy intuitivo a primera vista, pues la firma con menores costos tiene un precio de equilibrio mayor. La explicación es que considerando que la utilidad esperada por la firma hidráulica por perder la subasta es positiva y por lo tanto mayor al de la firma térmica, la firma hidráulica enfrenta menores incentivos a disminuir su oferta comparados a los de la firma térmica. Gracias a este Lema es posible encontrar las correspondencias de reacción de cada una de estas empresas.

Las mejores respuestas de la generadora hidráulica son:

- Si $P_T \geq P_H^M \Rightarrow P_H = P_H^M$.
- Si $P_H^M > P_T > P_H^*$, entonces los pagos esperados de la firma H de ganar la subasta son mayores a perderla, $\Rightarrow P_H = P_T - \varepsilon$, $\varepsilon > 0$.
- Si $P_T \leq P_H^*$, entonces los pagos esperados de perder la subasta son mayores a ganarlas, $\Rightarrow P_H = P_T + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$.

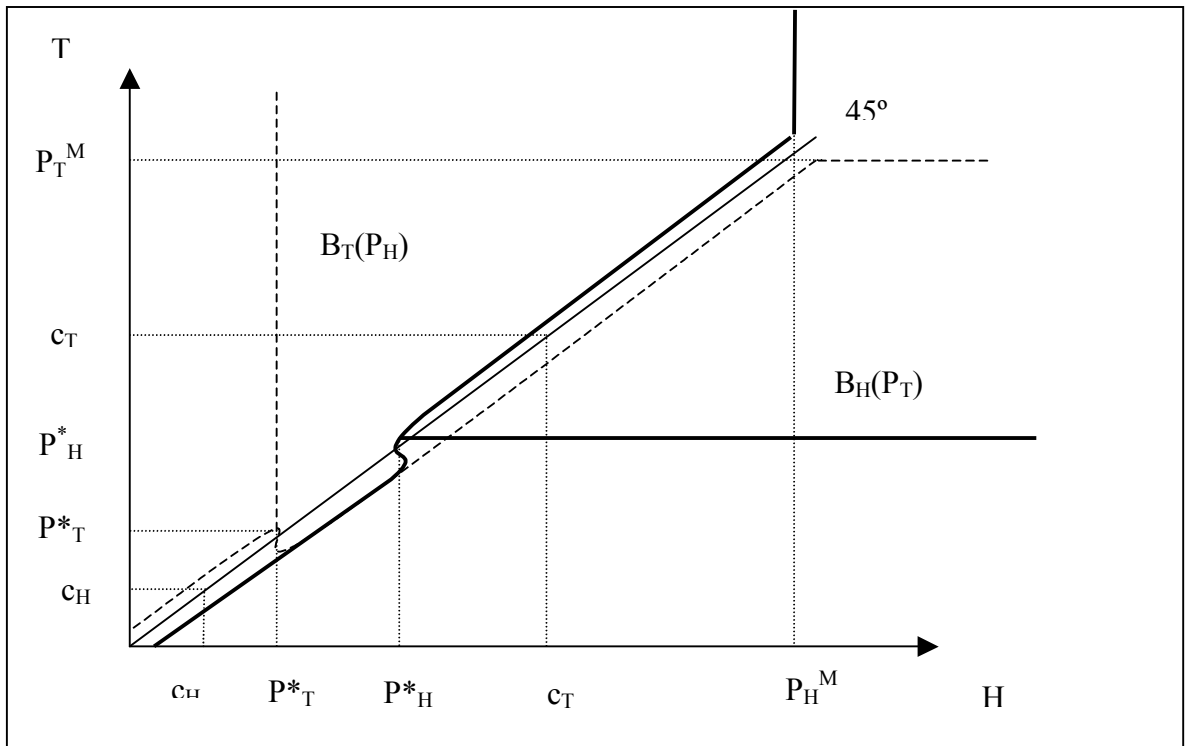
Por otro lado, las mejores respuestas de la firma térmica son:

- Si $P_H \geq P_T^M \Rightarrow P_T = P_T^M$.
- Si $P_T^M > P_H > P_T^*$, entonces los pagos esperados de la firma T de ganar la subasta son mayores a perderla, $\Rightarrow P_T = P_H - \varepsilon$, $\varepsilon > 0$.
- Si $P_H \leq P_T^*$, entonces los pagos esperados de perder la subasta son mayores a ganarlas, $\Rightarrow P_T = P_H + \varepsilon$, $\varepsilon > 0$.

Las correspondencias de reacción de las firmas generadoras, $B_H(P_T)$ y $B_T(P_H)$, se muestran en la Figura 2. En línea gruesa se muestra la correspondencia de reacción para la firma hidráulica, $B_H(P_T)$, la que bajo P_H^* en rigor es cualquier precio mayor que P_T . La explicación es simple. Cuando la firma térmica oferta un precio mayor o igual al precio que pondría la firma hidráulica cuando actúa como monopolista, la firma hidráulica, como mejor respuesta, debe ofrecer el precio monopolista P_H^M , debido a que con esto obtiene el máximo de beneficios

posibles. Si el precio de la firma térmica está entre P_H^M y P_H^* , como mejor respuesta, la firma hidráulica ofrece un centavo menos, se adjudica la subasta y obtiene beneficios y pagos positivos. Si la firma térmica ofrece un precio menor a P_H^* , la firma hidráulica, como mejor respuesta, ofrece cualquier precio mayor con el fin de no adjudicarse la subasta pues obtendría beneficios negativos.

Figura 2. Correspondencias de Reacción de las Firmas Generadoras



De manera similar se encuentra la correspondencia de reacción de la firma térmica, $B_T(P_H)$, graficada con línea punteada en la figura anterior, frente a los distintos precios que puede ofrecer la firma hidráulica. Con esto, se desprende directamente la siguiente Proposición:

Proposición 2: Este juego tiene múltiples equilibrios de Nash en estrategias puras. Todos ellos cumplen con que $(P_H, P_T) \in \{(P_T + \varepsilon), [P_T^*, P_H^*]\}$ con $\varepsilon > 0$.

El resultado de la subasta es que la firma térmica se adjudica el contrato de la distribuidora ofreciendo un precio menor que la firma hidráulica, aún teniendo un costo marginal de operación mayor a su rival en ambos estados de la naturaleza. Si bien este resultado no es

intuitivo debido a la diferencia de costos a favor de la empresa hidráulica, es precisamente esta diferencia de costos la que lleva a la firma hidráulica a no ganar la subasta en precios, pues al ser llamada primero a producir en el estado seco obtiene beneficios positivos por vender su capacidad de producción en el mercado *spot* a un precio c_T mayor que su costo marginal c_H , lo que a su vez le impone un costo de oportunidad al precio mínimo a ofrecer en la subasta competitiva. Por otra parte, debido a que la firma térmica no obtiene beneficios al vender su capacidad en el mercado *spot*, porque su costo marginal fija el precio de dicho mercado, el precio mínimo que ofrece en la subasta es menor que su rival adjudicándose el bloque de energía subastado por la distribuidora.

Un corolario de esta proposición nos dice que si las generadoras fueran neutrales al riesgo, el resultado que se obtiene es que las dos firmas ofrecen el mismo precio y dicha oferta es igual al precio nudo fijado por el regulador, por lo que en este caso es irrelevante si las distribuidoras subastan sus necesidades de energía o si el regulador fija el precio de transferencia de energía entre generadores y distribuidores. Luego, sólo en este caso particular la situación previa y la posterior a la modificación legal entregarían el mismo resultado para los consumidores. Obviamente, este corolario aplica en tanto el precio nudo corresponda a su valor teórico y refleje fielmente los costos esperados del sistema.

Colorario: Si las firmas son neutrales al riesgo y P_N es el precio regulado, entonces

$$P_H^* = P_T^* = P_N.$$

Refinamiento y Unicidad del Equilibrio

Debido a la existencia de múltiples equilibrios de Nash en estrategias puras, determinamos a continuación un equilibrio refinado que elimina aquellos equilibrios de Nash que contienen estrategias débilmente dominadas. Se utiliza el refinamiento de la “mano temblorosa” desarrollado por Selten (1975). Para aplicar este refinamiento se supone que el espacio de estrategias de los jugadores es discreto. Se supone además que en caso que las ofertas de ambas generadoras sean iguales, la subasta se la adjudicará la empresa térmica.

Proposición 3: La única estrategia que es Equilibrio de Nash de la “mano temblorosa” es

$$(P_H, P_T) \in (P_H^*, P_H^*)$$

Este resultado nos dice que la firma térmica se adjudica la subasta con el precio que iguala los beneficios de ganar la subasta con los de perderla para la firma hidráulica. Esto implica que las ambas empresas generadoras tienen una estrategia que débilmente domina al resto de los

posibles precios de elección. Es importante destacar que la firma térmica obtiene beneficios esperados positivos debido a que el precio adjudicado es mayor que el precio que iguala sus beneficios de ganar la subasta con los de perderla, aún bajo el supuesto de subasta competitiva. Pero a su vez, también la firma hidráulica obtiene beneficios esperados positivos debido a que vende su capacidad en el mercado *spot* en el estado de naturaleza seco. Ambos beneficios esperados positivos se explican porque las firmas operan en un ambiente de incertidumbre y son aversas al riesgo, por lo tanto no hay abuso de poder de mercado en esta subasta. En otras palabras, sus pagos o utilidades esperadas del generador hidráulico son iguales a cero mientras que el generador térmico obtiene pagos positivos gracias a que el precio subastado por ambas firmas es el mismo e igual a $P_H^* > P_T^*$.

Otro resultado muy importante de destacar resulta de comparar el precio con que se adjudica la firma térmica la subasta y el precio nudo fijado por el regulador. Tal como muestra la Proposición 4, este precio es superior al precio nudo fijado por el regulador (como es de esperar luego de observar que ambas firmas obtienen beneficios positivos).

Proposición 4: Supongamos que ambos estados de la naturaleza tienen la misma probabilidad de ocurrencia y que P_N corresponde al precio nudo regulado, entonces $P_H^ > P_N$.*

Esta proposición nos indica que la modificación legal que liberaliza el precio que pagan los clientes regulados por su energía consumida pone los incentivos correctos al condicionar que el precio techo de las licitaciones esté por sobre el precio nudo fijado por la autoridad. El monto óptimo exacto de este límite obviamente dependerá del grado de aversión al riesgo de los dueños de las empresas generadoras.

4 Racionamiento Eléctrico y Equilibrio

Una variante interesante a considerar es qué ocurre con los resultados de la subasta si se supone que la sequía es extrema al punto de producir desabastecimiento o racionamiento eléctrico. Junto con lo anterior, se consideran además las modificaciones del artículo 99 en la crisis eléctrica de fines de los años 90s. Baste recordar que hasta antes de junio de 1999, el artículo 99 bis señalaba que las firmas deficitarias, sean térmicas o hidráulicas, quedaban exentas de pagar compensaciones a sus usuarios regulados en el caso de que con la peor hidrología incluida en el cálculo del precio nudo no se hubiera producido una falla del sistema. Luego de modificar esa norma, quedó establecido que las firmas deben compensar a los usuarios desconectados por cada unidad de energía no entregada al precio de costo de falla del sistema, sin importar la causa de tal racionamiento.

Suponiendo que la capacidad total de generación de ambas firmas en el estado de sequía es menor que la demanda licitada por la distribuidora, $k^T + k_{(1-\alpha)} < \bar{f}$, y situándonos antes de la modificación del artículo 99 bis, la función de pagos o utilidad esperada de las firmas hidráulica y térmica respectivamente son:

$$\Pi_H^E(b_H) = \begin{cases} \alpha * u(b_H \bar{f} + c_H(k_\alpha - \bar{f}) - c_H k_\alpha) + \\ + (1-\alpha) * u(b_H(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F(k_{1-\alpha} + k_T)) & \text{si } b_H \leq b_T \\ 0 & \text{si } b_H > b_T \end{cases} \quad (3)$$

$$\Pi_T^E(b_T) = \begin{cases} \alpha * u(b_T \bar{f} - c_H \bar{f}) + \\ + (1-\alpha) * u(b_T(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T) & \text{si } b_T < b_H \\ (1-\alpha) * u(c_H^F k_T - c_T k_T) & \text{si } b_T \geq b_H \end{cases} \quad (4)$$

Comparando (3) con (1) se observa un cambio importante en la utilidad esperada de ganar la subasta.⁷ Esto es así pues la capacidad total de generación no es suficiente para cubrir la energía licitada por la distribuidora en sequía extrema, y considerando que se encuentra vigente el artículo original 99 bis, la firma hidráulica sólo ofrece la capacidad total de generación de ambas firmas. En caso de perder la subasta, la firma hidráulica no obtiene beneficios pues marca el costo marginal del sistema o precio *spot* en ambos estados de la naturaleza (debido a que el costo marginal de la firma hidráulica en un estado de sequía extrema es el costo de falla del sistema). En cuanto a la firma térmica, ésta obtiene beneficios si no se adjudica la subasta, debido a que es la primera llamada a producir en el caso de darse el estado de sequía extrema. Definiendo P_i' con $i = \{H, T\}$, como el precio tal que iguala las utilidades esperadas para la firma i de ganar la subasta con las utilidades esperadas de perderla, se obtiene el siguiente resultado:

⁷ Es necesario hacer notar que se ha modificado también la regla de adjudicación de la subasta en caso de que ambas firmas ofrezcan el mismo precio, siendo esta vez la generadora hidráulica y no la térmica quien se la adjudicaría. Este supuesto es y se requiere por el supuesto de estrategias discretas requerido para usar el refinamiento de la "mano temblorosa", siendo sin pérdida de generalidad en tanto los saltos discretos de la oferta sean muy pequeños.

Proposición 5: La firma hidráulica se adjudica la subasta ofreciendo $(P_H, P_T) \in \left\{ \left[P_T', P_H' \right], (P_T + \varepsilon) \right\}$ con $\varepsilon > 0$. Asimismo, la única estrategia que débilmente domina al resto de estrategias que son equilibrios de Nash y por lo tanto resiste el refinamiento que le impone el criterio de la "mano temblorosa" es $(P_H, P_T) \in (P_T', P_T')$.

La Proposición 5 reafirma los resultados anteriores. Esto es, la firma que obtiene beneficios positivos al no adjudicarse la subasta tiene menores incentivos a ofrecer un precio menor que la otra firma.

¿Qué efectos tiene la modificación del artículo 99 bis sobre el equilibrio competitivo de esta subasta? En tal caso las firmas deben, frente a cualquier estado e hidrología, compensar a los usuarios por cada unidad de energía no entregada al precio del costo de falla. Con esto, la funciones de pagos de las firmas generadoras son las siguientes:

$$\Pi_H^E(b_H) = \begin{cases} \alpha * u(b_H \bar{f} + c_H(k_\alpha - \bar{f}) - c_H k_\alpha) + \\ + (1 - \alpha) * u(b_H(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F(\bar{f} - (k_{1-\alpha} + k_T)) - c_H^F(k_{1-\alpha} + k_T)) & \text{si } b_H \leq b_T \\ 0 & \text{si } b_H > b_T \end{cases} \quad (5)$$

$$\Pi_T^E(b_T) = \begin{cases} \alpha * u(b_T \bar{f} - c_H \bar{f}) + \\ + (1 - \alpha) * u(b_T(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F(\bar{f} - (k_{1-\alpha} + k_T)) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T) & \text{si } b_T < b_H \\ (1 - \alpha) * u(c_H^F k_T - c_T k_T) & \text{si } b_T \geq b_H \end{cases} \quad (6)$$

Proposición 6: Considerando las ecuaciones (5) y (6) y siendo P_i'' , $i = \{H, T\}$, el precio que iguala las utilidades esperadas para la firma i de ganar la subasta con las de perderla, las estrategias de Equilibrio de Nash son $(P_H, P_T) \in \left\{ \left[P_T'', P_H'' \right], (P_T + \varepsilon) \right\}$ con $\varepsilon > 0$. Asimismo, el único par de estrategias de oferta en esta subasta que sobrevive al refinamiento de la "mano temblorosa", y por lo tanto débilmente domina al resto de estrategias que son equilibrios de Nash, es $(P_H, P_T) \in (P_T'', P_T'')$.

Como se aprecia en la Proposición 6, las modificaciones al artículo 99 bis no cambian los resultados obtenidos en la Proposición 5. Luego, cuando la sequía lleva a racionamiento eléctrico será la firma hidráulica la que se adjudique la subasta por abastecer a clientes regulados. En consecuencia, lo que finalmente determina qué empresa generadora abastecerá a los clientes regulados es el grado de profundidad que se espere de la sequía en este estado de la naturaleza.

5 Conclusiones

Este artículo estudia las estrategias que debieran aparecer en equilibrio con el nuevo mecanismo de subasta y tarificación del precio de la energía a clientes regulados en Chile, principalmente pensando en un mercado como el SIC sujeto a riesgo de abastecimiento hidroeléctrico. Se supone que una única distribuidora licita por una única vez su energía en una subasta cuya variable de decisión es el precio que pagarán los clientes regulados, en donde los oferentes son una empresa térmica y otra hidroeléctrica. El resultado más importante, bajo el supuesto de que las firmas son aversas al riesgo y considerando dos estados posibles de hidrología, uno en que sólo la firma hidráulica produce (normal o lluvioso) y otro en que ambas firmas son llamadas a generar y abastecen la demanda licitada (sequía), es que la firma térmica siempre se llevará los contratos a un precio inferior a su costo operacional, pero mayor al precio nudo calculado por el regulador. Se encuentra que hay un único equilibrio de Nash de "mano temblorosa", precisamente uno que deja indiferente al generador hidráulico entre contratar con la distribuidora o vender toda su producción en el mercado *spot*. Por último, en el modelo con sequía no extrema, ambas firmas obtienen beneficios esperados positivos debido a que la firma hidráulica al no adjudicarse la subasta vende energía en el mercado *spot*, resultado que es consistente con suponer dueños de estas empresas que son aversos al riesgo.

Cuando se realizan algunas modificaciones al modelo los resultados cambian ligeramente. Por ejemplo, si se supone que las empresas generadoras son neutrales al riesgo, se obtiene que estas firmas ofrecen el mismo precio y dicha oferta es igual al precio nudo fijado por el regulador, por lo que es indiferente que las distribuidoras subasten sus necesidades de energía o que el regulador fije el precio de transferencia de energía entre generadores y distribuidores.

Por otro lado, cuando se considera que el estado de sequía lleva a desabastecimiento, con lo cual el precio *spot* alcanza el costo de falla del sistema, la subasta se la adjudica la firma hidráulica. Este resultado no representa un cambio de fondo ya que nuevamente se adjudica la subasta aquella firma que marca el costo marginal del sistema en el estado seco de la naturaleza; es decir, aquella que tiene los costos operacionales mayores y tiene por lo tanto incentivos a estar contratada cuando se produce el racionamiento eléctrico. Finalmente, estos resultados no cambian cualquiera sea la interpretación que se haga del artículo 99 bis de la Ley Eléctrica.

Posibles extensiones de este trabajo son suponer que las empresas generadoras ofrecen cantidad (bloques de energía), reflejado por el porcentaje de la demanda que desean cubrir,

además del precio a pagar por esas unidades. Otra extensión es estudiar el caso de colusión en la subasta, para lo cual debiera suponerse que se subastan secuencialmente bloques de energía por tiempo indefinido. Como recomendación de política pública, ambas extensiones son necesarias de estudiar previo al diseño definitivo del tipo de subasta con que se aplicará en la práctica la reciente reforma a la ley eléctrica en Chile, promulgada el 19 de mayo de 2005.

Anexo I. Cointegración entre Precio Nudo y Costo Marginal

Como se mencionó, el precio nudo de energía debe reflejar el promedio trimestral móvil de los costos de operación, o precio *spot*, del sistema para los cuatro años siguientes, lo que implicaría que si se considera la serie de precios nudos y el promedio de los cuatro años del precio *spot* estas dos series deberían estar cointegradas. Si esto es así, el precio nudo estaría correctamente fijado. Para contrastar empíricamente esta hipótesis, se tomó el precio nudo fijado por el regulador desde abril del 1986 hasta abril del 2000 (30 datos) y por carencia del valor estimado en su momento se utiliza el promedio efectivo de los costos marginales de los 8 períodos siguientes como un *proxy* de los costos marginales esperados del sistema (hasta el año 2004). En otras palabras, se supuso que el regulador tuvo expectativas racionales perfectas del promedio móvil de los costos marginales del sistema al momento de fijar el precio nudo.

Se verifica que los logaritmos (naturales) de ambos precios son integrados de orden uno; esto es, las series tienen una raíz unitaria. Este resultado es robusto a los test de hipótesis utilizados: el Augmented Dickey-Fuller (ADF) y el Phillips-Perron (PP) tienen como hipótesis nula que la serie tiene raíz unitaria, mientras que el de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) supone que la serie es estacionaria. Los resultados de los tests de hipótesis se entregan en el siguiente cuadro y muestran el cumplimiento de la hipótesis mencionada, con salvedad sólo del test KPSS para el costo marginal esperado.

Cuadro A1. Test de Raíz Unitaria

Test	Valor Crítico	Estimador Precio Nudo	Estimador Costo Marginal Esperado
ADF	-2,972	-0,266	-1,560
PP	-2.972	-0,254	-0,254
KPSS	0,463	2,927	2,449

Notas: Se utiliza una significancia estadística del 5%.

Se comprobó posteriormente que ambas series de precio en diferencias son estacionarias.

Considerando que ambas series tienen raíz unitaria, se aplican test estándares para contrastar la hipótesis de cointegración: test de la suma de la traza y del máximo valor propio. Para ambos casos, se suponen para las series un modelo sin tendencia determinística y un modelo con tendencia lineal. Los resultados se muestran en el Cuadro A2.

Los resultados de ambos cuadros - que deben ser tomados con cautela porque la muestra es pequeña y los test utilizados son asintóticos - señalan que las series de precio no cointegran y por lo tanto el precio nudo no reflejaría el promedio móvil para los cuatro años siguientes del costo marginal del sistema. Las razones pueden ser estadísticas (muestra pequeña con lo que las realizaciones de costos no tienen por qué coincidir con los verdaderamente estimados), que la

banda que limita el precio nudo efectivo a los contratos de clientes libres le entrega al sistema una inercia tal que le impide reflejar correctamente dichos costos o que el regulador no está fijando correctamente el precio nudo.

Cuadro A2. Tests de Cointegración

Test	Modelo	Valor Propio	Estadístico de la Traza	Valor Crítico al 5%	Vectores de Cointegración
Suma de la Traza	Sin tendencia determinística	0,407	14,237	20,262	Ninguno
		0,046	1,168	9,165	A lo más 1
	Con tendencia lineal	0,381	12,861	15,495	Ninguno
		0,035	0,882	3,842	A lo más 1
Máximo Valor Propio	Sin tendencia determinística	0,407	13,069	15,892	Ninguno
		0,046	1,168	9,165	A lo más 1
	Con tendencia lineal	0,381	11,979	14,265	Ninguno
		0,035	0,882	3,841	A lo más 1

Nota: Se utiliza una significancia estadística del 5%.

Anexo II. Demostración Proposiciones, Lema y Corolario

Demostración Proposición 1: Tomemos por en principio el supuesto de que la distribuidora hace una demanda ilimitada de energía, $\bar{f} \rightarrow \infty$. Con ello, la firma hidráulica resuelve:

$$\begin{aligned} \max \Pi_H^E(f^H) = & \alpha * \ln(P_N f^H + c_H(k_\alpha - f^H) - c_H k_\alpha) + \\ & + (1 - \alpha) * \ln(P_N f^H + c_T(k_{1-\alpha} - f^H) - c_H k_{1-\alpha}) \end{aligned} \quad (A1)$$

El primer término del lado derecho es el beneficio que obtiene la firma en el estado normal o lluvioso, donde el primer elemento dentro del logaritmo son los ingresos de vender en el mercado regulado, el segundo término corresponde a los beneficios de vender el resto de su capacidad en el mercado *spot* y el tercero a los costos de generar la capacidad que posee. Para el estado de sequía, el segundo término dentro del logaritmo refleja las pérdidas (beneficios) de comprar (vender) en el mercado *spot* el faltante (excedente) para cubrir la demanda que desea satisfacer. Como la función de utilidad esperada es cóncava, las condiciones de primer orden del problema son suficientes, luego:

$$\alpha \frac{(P_N - c_H)}{(P_N - c_H) f^H} + (1 - \alpha) \frac{(P_N - c_T)}{(P_N - c_T) f^H + k_{(1-\alpha)} \Delta c} = 0 \quad (A2)$$

Simplificando algebraicamente y tomando en cuenta la definición de P_N se obtiene la primera parte del resultado, es decir:

$$f^H = k_{1-\alpha} \quad (\text{A3})$$

Este resultado resulta bastante intuitivo, pues la firma hidráulica no desea obtener pérdidas si ocurre el estado de sequía y su capacidad de generación es menor a la contratada. Se aprecia asimismo que el supuesto de demanda ilimitada de la distribuidora no es restrictivo en tanto se ha supuesto que la generación hidráulica no abastece a todos los clientes regulados cuando se está en el estado seco de la naturaleza, esto es $k_{1-\alpha} < \bar{f}$.

Por otro lado, la firma térmica resuelve:

$$\begin{aligned} \max \Pi_T^E(f^T) = & \alpha * \ln(P_N f^T - c_H f^T) + \\ & + (1-\alpha) * \ln(P_N f^T + c_T (k_T - f^T) - c_T k_T) \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

$$\alpha \frac{(P_N - c_H)}{(P_N - c_H) f^T} + (1-\alpha) \frac{(P_N - c_T)}{(P_N - c_T) f^T} = 0 \quad (\text{A5})$$

La única posibilidad de que se cumpla la condición de primer orden para la firma térmica es que f^T tienda a infinito. Sin embargo, como ello no es así y la función objetivo de la firma térmica es quasicóncava, mientras más cerca de satisfacer la condición de primer orden más pagos esperados. Luego, la firma térmica deseará tomar toda la demanda de los clientes regulados, esto es $f^T = \bar{f}$. ■

Demostración Lema 1: Por definición de P_H^* y P_T^* se debe dar que:

$$\begin{aligned} \alpha u\left(\left(P_H^* - c_H\right) \bar{f}\right) + (1-\alpha) u\left(\left(P_H^* - c_T\right) \bar{f} + k_{1-\alpha} \Delta c\right) = (1-\alpha) u\left(k_{1-\alpha} \Delta c\right) \\ \text{donde } \Delta c = c_T - c_H \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

$$\alpha u\left(\left(P_T^* - c_H\right) \bar{f}\right) + (1-\alpha) u\left(\left(P_T^* - c_T\right) \bar{f}\right) = 0 \quad (\text{A7})$$

Si $P_T^* > P_H^*$, entonces evaluando P_T^* en (A7) se debe dar que

$$\alpha u\left(\left(P_T^* - c_H\right) \bar{f}\right) + (1-\alpha) u\left(\left(P_T^* - c_T\right) \bar{f} + k_{1-\alpha} \Delta c\right) > (1-\alpha) u\left(k_{1-\alpha} \Delta c\right) \quad (\text{A8})$$

De (A7) en (A8):

$$-(1-\alpha) u\left(\left(P_T^* - c_T\right) \bar{f}\right) + (1-\alpha) u\left(\left(P_T^* - c_T\right) \bar{f} + k_{1-\alpha} \Delta c\right) > (1-\alpha) u\left(k_{1-\alpha} \Delta c\right) \quad (\text{A9})$$

Simplificando y reordenando (A9) se obtiene que:

$$u\left(\left(P_T^* - c_T\right) \bar{f} + k_{1-\alpha} \Delta c\right) > u\left(k_{1-\alpha} \Delta c\right) + u\left(\left(P_T^* - c_T\right) \bar{f}\right) \quad (\text{A10})$$

resultado que es contrario al de concavidad estricta de $u(x)$, pues en este caso se debiera cumplir que $u\left(\left(P_T^* - c_T\right)\bar{f} + k_{1-\alpha}\Delta c\right) < u\left(k_{1-\alpha}\Delta c\right) + u\left(\left(P_T^* - c_T\right)\bar{f}\right)$, contradiciendo así el supuesto inicial de que $P_T^* > P_H^*$. Esto implica que $P_H^* > P_T^*$, demostrando el resultado. ■

Demostración Proposición 2: De las correspondencias de reacción de las firmas generadoras se observa que la única zona donde ninguna de las firmas quiere desviarse unilateralmente es entre $\left[P_H^*, P_T^*\right]$, que es precisamente donde las correspondencias de reacción se superponen y, por lo tanto, la única zona de equilibrio de Nash para las firmas generadoras, donde cada una juega respectivamente $\left(P_H, P_T\right) \in \left\{\left(P_T + \varepsilon\right), \left[P_T^*, P_H^*\right]\right\}$ con $\varepsilon > 0$ ■.

Demostración Colorario: Dado el supuesto que las firmas son neutrales al riesgo, entonces de la definición de P_H^* y P_T^* se debe cumplir para la firma hidráulica que:

$$\alpha\left(P_H^* - c_H\right)f + (1-\alpha)\left(\left(P_H^* - c_T\right)f + \Delta ck_{1-\alpha}\right) = (1-\alpha)\Delta ck_{1-\alpha} \quad (\text{A11})$$

y para la firma térmica:

$$\alpha\left(P_T^* - c_H\right)f + (1-\alpha)\left(P_T^* - c_T\right)f = 0 \quad (\text{A12})$$

Considerando la definición del precio nudo como $P_N = \alpha c_H + (1-\alpha)c_T$, con un poco de álgebra en las ecuaciones anteriores se encuentra que $P_H^* = P_T^* = P_N$, demostrando el colorario. ■

Demostración Proposición 3: Por notación y sin pérdida de generalidad supondremos que existen $n+1$ precios en el set de equilibrio de Nash, donde $P_T^* = P_0$ y $P_H^* = P_{n+1}$ tanto para la firma térmica como para la hidráulica. Sea además $\sigma_T^\varepsilon = (\alpha_0, \dots, \alpha_n, 1 - \alpha_0 - \dots - \alpha_n)$ y $\sigma_H^\varepsilon = (\beta_0, \dots, \beta_n, 1 - \beta_0 - \dots - \beta_n)$ una secuencia completa de estrategias mixtas para ambas firmas, luego σ^* es un equilibrio de Nash que resiste el refinamiento de la "mano temblorosa" si existe una secuencia completa de estrategias mixtas (σ^ε) tal que:

$$\begin{aligned} & - (\sigma^\varepsilon) \text{ converge a } \sigma^* \\ & - \sigma_i^* \in BR_i(\sigma_{-i}^\varepsilon) \quad \forall i \end{aligned}$$

Sean los pagos del juego, para la firma térmica:

$$\text{Si } P_T \leq P_H \Rightarrow f^T(P_T) > 0$$

$$P_T > P_H \Rightarrow 0$$

$$\text{con } \frac{\partial f^T(P_T)}{\partial P_T} > 0$$

y para la firma hidráulica:

$$\text{Si } P_H \leq P_T \Rightarrow a > 0$$

$$P_H > P_T \Rightarrow f^H(P_H) < 0$$

$$\text{con } \frac{\partial f^H(P_H)}{\partial P_H} < 0$$

Luego, la matriz de pagos del set de equilibrios de Nash queda determinada por:

		α_0 P_0^{*H}	α_1 P_1^{*H}	α_n P_n^{*H}	$1 - \alpha_0 - \dots - \alpha_n$ P_{n+1}^{*H}
β_0	P_0^{*T}	$\left[f^T(P_0^{*T}), a \right]$	$\left(f^T(P_0^{*T}), a \right)$	$\left[f^T(P_0^{*T}), a \right]$
β_1	P_1^{*T}	$\left(0, f^H(P_0^{*H}) \right)$	$\left(f^T(P_1^{*T}), a \right)$
...
...
β_n	P_n^{*T}	$\left(f^T(P_n^{*T}), a \right)$	$\left(f^T(P_n^{*T}), a \right)$
$1 - \beta_0 - \dots - \beta_n$	P_{n+1}^{*T}	$\left[0, f^H(P_0^{*H}) \right]$	$\left(0, f^H(P_n^{*H}) \right)$	$\left[f^T(P_{n+1}^{*T}), a \right]$

Para la firma térmica, jugar cada una de las estrategias de precios significa recibir una utilidad esperada de:

$$\begin{aligned} U(P_0^{*T}) &= \alpha_0 f^T(P_0^{*T}) + \alpha_1 f^T(P_0^{*T}) + \dots + (1 - \alpha_0 - \dots - \alpha_n) f^T(P_0^{*T}) \\ &= f^T(P_0^{*T}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U(P_1^{*T}) &= \alpha_0 0 + \alpha_1 f^T(P_1^{*T}) + \dots + (1 - \alpha_0 - \dots - \alpha_n) f^T(P_1^{*T}) \\ &= (1 - \alpha_0) f^T(P_1^{*T}) \end{aligned}$$

...

$$\begin{aligned} U(P_j^{*T}) &= \alpha_0 0 + \dots + \alpha_{j-1} 0 + \alpha_j f^T(P_j^{*T}) + \dots + (1 - \alpha_0 - \dots - \alpha_n) f^T(P_j^{*T}) \\ &= (1 - \alpha_0 - \dots - \alpha_{j-1}) f^T(P_j^{*T}) \end{aligned}$$

...

$$\begin{aligned} U(P_{n+1}^{*T}) &= \alpha_0 0 + \dots + \alpha_n 0 + (1 - \alpha_0 - \dots - \alpha_n) f^T(P_{n+1}^{*T}) \\ &= (1 - \alpha_0 - \dots - \alpha_n) f^T(P_{n+1}^{*T}) \end{aligned}$$

lo que implica que si $\alpha_i \rightarrow 0 \forall i$ se debe dar que $U(P_i^T) = f^T(P_i^T)$ y como $f^T(P_i^T) > f^T(P_j^T) \forall i > j$, entonces $P_{n+1}^T = P_H^*$ es la mejor respuesta de la firma térmica a cualquier estrategia de la firma hidráulica.

Siguiendo el mismo análisis, la firma hidráulica obtiene un pago esperado por jugar cada una de la estrategias dado por:

$$\begin{aligned}
U(P_0^{*H}) &= \beta_0 a + \beta_1 f^H(P_0^{*H}) + \dots + (1 - \beta_0 - \dots - \beta_n) f^H(P_0^{*H}) \\
&= \beta_0 a + (1 - \beta_0) f^H(P_0^{*H}) \\
U(P_1^{*H}) &= \beta_0 a + \beta_1 a + \beta_2 f^H(P_1^{*H}) + \dots + (1 - \beta_0 - \dots - \beta_n) f^H(P_1^{*H}) \\
&= \beta_0 a + \beta_1 a + (1 - \beta_0 - \beta_1) f^T(P_1^{*T}) \\
&\dots \\
U(P_j^{*H}) &= \beta_0 a + \dots + \beta_j a + \beta_{j+1} f^H(P_j^{*H}) + \dots + (1 - \beta_0 - \dots - \beta_n) f^H(P_j^{*H}) \\
&= a \sum_{i=0}^j \beta_i \left(1 - \sum_{i=j+1}^n \beta_i \right) f^H(P_j^{*H}) \\
&\dots \\
U(P_{n+1}^{*H}) &= \beta_0 a + \dots + \beta_n a + (1 - \beta_0 - \dots - \beta_n) a \\
&= a
\end{aligned}$$

con lo que si $\beta_i \rightarrow 0 \forall i$, se debe cumplir que $U(P_i^H) = f^H(P_i^H) \forall i \neq n+1$ y $U(P_{n+1}^H) = a$.

Asimismo, como $f^H(P_i^H) < 0 \forall i$ y $a > 0$, entonces $P_{n+1}^H = P_H^*$ es la mejor respuesta de la firma hidráulica. En consecuencia, el par (P_H^*, P_H^*) es el único equilibrio de Nash que sobrevive del refinamiento de la "mano temblorosa" y, por lo tanto, las estrategias (P_H^*, P_H^*) débilmente dominan al resto de los equilibrios de Nash en estrategias puras. ■

Demostración Proposición 4: Si ambos estados de la naturaleza tienen igual probabilidad de ocurrir, se debe cumplir para el caso de que la firma hidráulica fuese neutral al riesgo que:

$$\begin{aligned}
(P_N - c_H) f + (P_N - c_T) f + \Delta c k_{1-\alpha} &= \Delta c k_{1-\alpha} \\
\text{con } P_N &= \frac{c_H + c_T}{2} \text{ y } \Delta c = c_T - c_H
\end{aligned} \tag{A13}$$

Asimismo, de la definición de P_H^* se tiene que:

$$u\left(\left(P_H^* - c_H\right) f\right) + u\left(\left(P_H^* - c_T\right) f + \Delta c k_{1-\alpha}\right) = u\left(\Delta c k_{1-\alpha}\right) \tag{A14}$$

reemplazando (A13) en (A14):

$$u\left(\left(P_H^* - c_H\right)f\right) + u\left(\left(P_H^* - c_T\right)f + \Delta ck_{1-\alpha}\right) = u\left(\left(P_N - c_H\right)f + \left(P_N - c_T\right)f + \Delta ck_{1-\alpha}\right) \quad (\text{A15})$$

y por concavidad de la función $u(x)$ se debe satisfacer que:

$$u\left(\left(P_N - c_H\right)f + \left(P_N - c_T\right)f + \Delta ck_{1-\alpha}\right) > u\left(\left(P_N - c_H\right)f\right) + u\left(\left(P_N - c_T\right)f + \Delta ck_{1-\alpha}\right) \quad (\text{A16})$$

lo que implica necesariamente que $P_H^* > P_N$. ■

Demostración Proposición 5: Definiendo P_i' , con $i = \{H, T\}$, como el precio que iguala los pagos esperados para la firma i de ganar la subasta con los de perderla, luego para la firma hidráulica se cumple que:

$$\alpha u\left(\left(P_H' - c_H\right)\bar{f}\right) + (1-\alpha)u\left(\left(P_H' - c_H^F\right)(k_{1-\alpha} + k_T)\right) = 0 \quad (\text{A17})$$

y para la firma térmica se cumple que:

$$\alpha u\left(\left(P_T' - c_H\right)\bar{f}\right) + (1-\alpha)u\left(P_T'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T\right) = (1-\alpha)u\left(\left(c_H^F - c_T\right)k_T\right) \quad (\text{A18})$$

Asumiendo que $P_H' > P_T'$ y reemplazando P_H' en (A18), entonces:

$$\alpha u\left(\left(P_H' - c_H\right)\bar{f}\right) + (1-\alpha)u\left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T\right) > (1-\alpha)u\left(\left(c_H^F - c_T\right)k_T\right) \quad (\text{A19})$$

Reemplazando (A17) en (A19) y simplificando se obtiene:

$$-u\left(\left(P_H' - c_H^F\right)(k_{1-\alpha} + k_T)\right) + u\left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T\right) > u\left(\left(c_H^F - c_T\right)k_T\right) \quad (\text{A20})$$

Reordenando convenientemente (A20) encontramos que:

$$\begin{aligned} & u\left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T\right) - u\left(\left(P_H' - c_H^F\right)(k_{1-\alpha} + k_T)\right) > \\ & u\left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T - \left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_H^F k_T\right)\right) \end{aligned} \quad (\text{A21})$$

Lo cual contradice una consecuencia inmediata del supuesto de concavidad estricta de la función de utilidad de los dueños de las empresas generadoras, $u(x)$, pues ello significa que:

$$\begin{aligned} & u\left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T\right) - u\left(\left(P_H' - c_H^F\right)(k_{1-\alpha} + k_T)\right) > \\ & u\left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_T k_T - \left(P_H'(k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F k_{1-\alpha} - c_H^F k_T\right)\right) \end{aligned} \quad (\text{A22})$$

Tal contradicción permite concluir que $P_T' > P_H'$. Adaptando las funciones de reacción construidas para la Proposición 2 (en este caso la correspondencia de la firma hidráulica corresponde a la de la térmica y viceversa) se completa la primera parte de la Proposición 5; esto es, la firma hidráulica se adjudica la subasta ofreciendo $(P_H, P_T) \in \left[\left[P_T', P_H'\right], (P_T + \varepsilon)\right]$ con $\varepsilon > 0$.

Para la segunda parte de la demostración, basta con seguir el refinamiento de la “mano temblorosa” resuelto en la demostración de la Proposición 3, reemplazando las ecuaciones y los pagos de la firma hidráulica por los de la térmica y viceversa. ■

Demostración Proposición 6: De acuerdo a la ya mencionada definición de P_i^n , se cumple para la firma hidráulica que:

$$\alpha * u\left(\left(P_H^n - c_H\right) \bar{f}\right) + (1 - \alpha) * u\left(P_H^n (k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F \bar{f}\right) = 0 \quad (\text{A23})$$

y para la firma térmica se cumple que:

$$\begin{aligned} \alpha * u\left(\left(P_T^n - c_H\right) \bar{f}\right) + (1 - \alpha) * u\left(P_T^n (k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F \bar{f} + c_H^F k_T - c_T k_T\right) \\ = (1 - \alpha) * u\left(\left(c_H^F - c_T\right) k_T\right) \end{aligned} \quad (\text{A24})$$

Asumiendo que $P_H^n > P_T^n$ y reemplazando P_H^n en (A24) y siguiendo el mismo procedimiento de la demostración anterior, se llega a:

$$-u\left(P_H^n (k_{1-\alpha} + T) - c_H^F \bar{f}\right) + u\left(P_H^n (k_{1-\alpha} + k_T) - c_H^F \bar{f} + c_H^F k_T - c_T k_T\right) > u\left(\left(c_H^F - c_T\right) k_T\right) \quad (\text{A25})$$

Lo que contradice el supuesto inicial que $P_H^n > P_T^n$. Por lo tanto, se demuestra que $P_T^n > P_H^n$, lo que significa que la firma hidráulica se adjudica la subasta ofreciendo $(P_H, P_T) \in \left\{ \left[P_T^n, P_H^n \right], (P_T + \varepsilon) \right\}$ con $\varepsilon > 0$.

Para la segunda parte de la demostración, basta con seguir el refinamiento de la “mano temblorosa” resuelto en la demostración de la Proposición 3, reemplazando las ecuaciones y los pagos de la firma hidráulica por los de la térmica y viceversa. ■

Referencias

- Arellano, S. (2004), "Market Power in Mixed Hydro-Thermal Electric", Documento de Trabajo N° 187, Centro de Economía Aplicada, Universidad de Chile.
- Basañes, F., E. Saavedra y R. Soto (2001), "Post-privatization Renegotiations and Disputes in Chile", en *Second Generation Reforms in Infrastructure Services*, ed. F. Basañes y R. Willig, Banco Inter-Americano de Desarrollo.
- Benavente, J., A. Galetovic, R. Sanhueza y P. Serra (2005), "Estimando la Demanda Residencial por Electricidad en Chile: Al Consumidor es Sensible al Precio", *Cuadernos de Economía* 42 (mayo): 31-61.
- CDEC-SIC (2003), "Estadísticas de Operación 1993-2003", Santiago, CDEC.
- Díaz, C., A. Galetovic y R. Soto (2001), "La Crisis Eléctrica de 1998-1999: Causas, Consecuencias y Lecciones", *Estudios Públicos* 80: 149-152.
- Díaz, C., A. Galetovic y R. Soto (2001a), "Anatomía de una Crisis Eléctrica", *Revista de Análisis Económico* 16(1): 3-57.
- Fabra, N., N. Von der Fehr y D. Harbord (2004), "Designing Electricity Auctions", Working Paper Center for Study of Energy Markets (CSEM), University of California Energy Institute, CSEM WP 122.
- Galetovic, A., J.C. Olmedo y H. Soto (2002), "Una Estimación del Costo Social de Eliminar los Déficit de Abastecimiento Eléctrico en el SIC", *Revista de Análisis Económico* 17(2): 3-30.
- Galetovic, A., J.C. Olmedo y H. Soto (2002a), "¿Qué Tan Probable es una Crisis Eléctrica?", *Estudios Públicos* 87: 175-212.
- Green, R. y D. Newbery (1992), "Competition in the British Electricity Spot Market", *Journal of Political Economy* 100: 929-953.
- Klemperer, P. y M. Meyer (1989), "Supply Function Equilibria in Oligopoly under Uncertainty", *Econometrica* 57: 1243-1277.
- Ministerio de Economía, Fomento y Reconstrucción (2002), "Indicadores de Regulación de Servicios de Utilidad Pública", mimeo, Santiago de Chile.
- Newbery, D. (1998), "Competition, Contracts, and Entry in the Electricity Spot Market", *The RAND Journal of Economics* 29: 726-749.
- Selten, R. (1975), "Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games", *International Journal of Game Theory* 4: 25-55.
- Serra, P. (1997), "Energy Pricing Under Uncertain Supply", *Energy Economics* 19: 417-434.
- Stacchetti, E. (1999), "Auction Design for the Colombian Electricity Market", Technical Report 72, Economics Series Working Paper, Centro de Economía Aplicada, Universidad de Chile.
- Von der Fehr, N. y D. Harbord (1993), "Spot Market Competition in the UK Electricity Industry", *The Economic Journal* 103: 531-546.