

# Regulación, Cobertura y Competencia en el Mercado de la Banda Ancha\*

Fabián Basso V.<sup>‡</sup>

C. Manuel Willington<sup>§</sup>

Diciembre, 2006

## RESUMEN

En los últimos años, se han desarrollado una variedad de tecnologías alternativas que han permitido cambiar las características tecnológicas del mercado de las telecomunicaciones disminuyendo costos de almacenamiento y procesamiento de información lo cual permite digitalizar muchos servicios de telecomunicaciones. Al igual que en el caso de la telefonía, el costo de proveer acceso de Banda Ancha es mayor en áreas geográficas de baja densidad poblacional. Frente a esto es económicamente eficiente cobrar precios mayores en las zonas más costosas que comúnmente suelen ser áreas rurales. Esto último resulta políticamente inviable dando origen a la tarificación uniforme y al esquema de subsidios cruzados. Por otra parte el tema del “acceso universal” ha cobrado gran de interés entre los reguladores de cada nación. Pero precisamente unos requerimientos de precios uniformes van en desmedro de una mayor cobertura geográfica. Este trabajo intenta evaluar la optimalidad de una política de precios totalmente uniformes, parcialmente uniformes y precios libres cuando el regulador tiene por objetivo metas de masificación o acceso universal en mercados geográficamente distintos que difieren en su densidad poblacional y en el cual existe la posibilidad de otorgar ventaja a una firma en su decisión de cobertura.

La aplicación de un esquema de precios parcialmente uniformes unido a la ventaja estratégica en la elección de cobertura permite hallar un resultado de alcance o cobertura geográfica superior al de un esquema de precios totalmente uniformes en que se mantiene la secuencialidad de entrada de las firmas e incluso superior al que hallaría un regulador que fija ex-ante simultáneamente cobertura para que posteriormente las firmas compitan simultáneamente en cantidad.

**Clasificación JEL:** L43, L51, L96

**Palabras Clave:** Precios Uniformes, Cobertura, Banda Ancha

---

\* Todo error u omisión en el documento es responsabilidad exclusivamente de los autores.

<sup>‡</sup> F. Basso Vergara, ILADES, Universidad Alberto Hurtado, Erasmo Escala 1835, Santiago, Chile. Email: [fbasso@alumnos.uahurtado.cl](mailto:fbasso@alumnos.uahurtado.cl)

<sup>§</sup> C. Manuel Willington, ILADES, Universidad Alberto Hurtado, Erasmo Escala 1835, Santiago, Chile. Email: [mwilling@uahurtado.cl](mailto:mwilling@uahurtado.cl)

## 1.- Introducción

En los últimos años, se han desarrollado una variedad de tecnologías alternativas que han permitido cambiar las características tecnológicas del mercado de las telecomunicaciones. Los principales cambios se asocian a la disminución en el costo del almacenamiento y procesamiento de la información digital. El impacto ha sido que todos los servicios de telecomunicaciones pueden ser digitalizados, transformándolos en flujos de bits que pueden ser transmitidos a través de distintos medios, cuya única diferencia relevante para los consumidores finales es el precio que deben pagar por la velocidad con que desean que se transmitan los datos.

Esto ha permitido aprovechar las nuevas tecnologías de la información y comunicación para brindar una serie de servicios a través de las redes de telecomunicaciones existentes. Pensar en Banda Ancha no solo es pensar en Internet sino de un conjunto de aplicaciones y servicios que abarcan áreas como la educación, la salud, la economía, la organización y gestión, gobierno, etc. La progresiva introducción de estos servicios y tecnologías determinan un cambio radical en la sociedad e implican una mejora en calidad de vida y nuevas oportunidades para la población. En el plano socioeconómico el “Acceso Universal” hoy en día cobra relevancia por variados motivos como son: razones de equidad; debido a que permite disminuir la brecha digital y evita la marginación social que afecta a segmentos de de la población poco familiarizadas con estas tecnologías de acceso y sus servicios, desarrollo económico; la aplicación y masificación de estos avances fomenta el ahorro en costos de transacción y tiempo en los negocios, eficiencia económica; por las posible externalidades de redes existentes.

Es por ello que alcanzar metas de cobertura<sup>1</sup> o “Acceso Universal” es un tema de gran interés para los reguladores y en el que actualmente se trabaja vigorosamente en la mayoría de los países de Latinoamérica.

Hoy la incorporación de las tecnologías de información en la región se encuentra directamente relacionada con la disponibilidad de una infraestructura que facilite el suministro y acceso a los contenidos y servicios digitales. Lo anterior, obliga a considerar dos dimensiones,

---

<sup>1</sup> Entendiéndose por cobertura la existencia de provisión de servicio en la mayor cantidad de localidades geográficas y/o submercados y no como el mayor número de suscriptores en una determinada localidad.

cobertura y capacidad de las redes, al momento de diseñar una política que estimule el desarrollo y el acceso universal a las TIC's en el territorio.

Esto último, tiene directas implicancias para las firmas, pues mientras exista factibilidad técnica y económica de brindar el acceso en una determinada área geográfica el regulador puede imponer requerimientos de poseer desplegada una red de modo que los consumidores siempre tengan abierta la posibilidad de adquirir o no un determinado servicio. Tradicionalmente, objetivos de cobertura son requeridos a las firmas al momento de entregar las concesiones y/o licencias para proveer un servicio de telecomunicaciones.

Este trabajo intenta evaluar la optimalidad de una política de precio uniformes, parcialmente uniformes y precios libres cuando el regulador tiene por objetivo metas de masificación o acceso universal en mercados geográficamente distintos que difieren en su densidad poblacional y en la cual existe la posibilidad de otorgar ventaja a una firma en su decisión de cobertura.

Existe una serie de nuevas tecnologías de transmisión de datos. Cada una de cuales presenta características propias en cuanto a la provisión de servicio (velocidad de transmisión de datos). Por su viabilidad económica, las tecnologías actualmente más apropiadas y/o usadas en América Latina para clientes que aspiran a un uso “domésticos” son las tecnologías *Asymmetric Digital Subscriber Line* (ADSL) y CABLE MODEM. En este caso el interés se centra en redes caracterizadas por un medio físico alámbrico, teniendo cabida entre ellas las convencionales redes desplegadas en base al par trenzado de cobre así como redes basadas en cable coaxial. Esencialmente el modelo supone que existen dos firmas que son poseedoras de una facilidad esencial y que para proveer acceso a través de la tecnología xDSL o *Hybrid Fibre Coaxial* (HFC), deben hundir un costo fijo en cada mercado e incurrir en un costo marginal por conectar a cada usuario.

Estos costos marginales de conexión se asumen crecientes a través de las localidades geográficas ya que, al igual que en el caso de la telefonía local, en el mercado de la Banda Ancha resulta más costoso proveer el servicio en áreas geográficas en las que existe una menor densidad demográfica lo cual se debe principalmente a la atenuación que sufre la señal. Para modelar esto se asume que las localidades están ordenadas desde la más densamente poblada a la de menor densidad demográfica.

Frente a esta estructura de costos, la solución económicamente eficiente<sup>2</sup> es fijar un precio mayor en las zonas de menor densidad poblacional que refleje el hecho de ser más costosas para la(s) firma(s) lo cual se da en las zonas periféricas o rurales que se encuentran alejadas de los principales centros económicos y resultan ser la población con menores recursos y oportunidades. Sin embargo, la permisibilidad de precios libres o diferentes entre las localidades resulta muchas veces políticamente inviable. En consecuencia, esto nos debiese llevar a pensar en imponer a las firmas una restricción de precios uniformes, lo que da origen al sistema de subsidios cruzados. Pero esta restricción produce el efecto de disminuir el número de localidades en que resulta económicamente factible brindar el acceso, lo cual va precisamente en desmedro del interés de la mayoría de los reguladores por la cobertura o acceso universal. En definitiva, la investigación intenta dar luces acerca de la optimalidad de una política de precios libres, parcialmente uniformes o totalmente uniformes a través de diversas localidades geográficamente distintas unido a la posibilidad de brindar ventaja a una firma en la elección de cobertura a través del otorgamiento secuencial de licencias para brindar acceso a servicios de Banda Ancha.

Este trabajo no incorpora una modelación acerca de la intensidad de uso o de la calidad<sup>3</sup> del servicio de la Banda Ancha por lo cual se asume que la tarificación será a través de precios lineales en cada localidad, sin embargo, esta puede diferir entre una y otra en respuesta únicamente a los mayores costos de la provisión del servicio. Asimismo, esta investigación no intenta abordar las implicancias que la provisión de servicios de Banda Ancha pudiese tener en la demanda por telefonía convencional. Puesto que los intereses apuntan a la optimalidad de una política de masificación de acceso de Banda Ancha, se asume que la provisión de estos servicios no altera o descrema el mercado de telefonía convencional.

No son muchos los trabajos que explícitamente analizan competencia y políticas para la masificación de la Banda Ancha. Lo que acá se presenta corresponde a una extensión del trabajo desarrollado por Foros y Kind (2003). En dicho trabajo los autores muestran las implicancias en cobertura y bienestar de aplicar una política de precios uniformes en la industria. Ellos modelan el mercado de acceso de Banda Ancha a través de tecnología de fibra óptica en un juego de dos

---

<sup>2</sup> Eficiencia entendida en el sentido Paretiano.

<sup>3</sup> Entiéndase *calidad* como una velocidad de transferencia de datos preestablecida y convenida por las partes en un contrato completo, y que es monitoreable por el regulador y sancionable por una corte en caso de ser violado.

etapas donde las firmas escogen primero áreas de cobertura simultáneamente hundiendo costos fijos en cada mercado, los cuales son simétricos, para luego competir simultáneamente en cantidad. Foros y Kind (2003) asumen que los costos marginales por conectar a un usuario son crecientes a menor densidad geográfica. Encuentran que en ausencia de requerimientos de precios uniformes, la introducción de competencia aumenta el bienestar respecto al caso en que la industria se concentra en un monopolio, sin embargo, al incorporar la restricción, la mayor competencia no necesariamente mejora el bienestar. Adicionalmente muestran que el regulador podría mejorar los beneficios de las firmas así como el excedente del consumidor respecto al resultado obtenido por el mercado imponiendo requerimientos de cobertura previo a la etapa de competencia simultánea en cantidad. Esto es debido a que el regulador solucionaría un problema de coordinación de las firmas.

La principal diferencia respecto de Foros y Kind (2003) es la incorporación de la secuencialidad en la elección de cobertura manteniendo precios uniformes. La ventaja en cobertura parece razonable cuando los proveedores de servicio de Banda Ancha deben adjudicarse licencias de parte del regulador y este último puede otorgarlas secuencialmente. Esta secuencialidad genera equilibrios asimétricos, lo que permite analizar un esquema de precios uniformes por tramos esto es, exigir a las firmas precios uniformes en el tramo en que ellas compiten y requerir precio uniforme al incumbente en los tramos de localidades en que sirve como un monopolio pero no necesariamente el mismo precio que el del tramo de competencia. Este último esquema además de solucionar el problema de coordinación da origen a una mayor cobertura.

Otro trabajo menos reciente corresponde a Faulhaber y Hoerning (2000), quienes desarrollan un modelo de competencia a través de proveedores de Banda Ancha que deben decidir construir una red, su alcance y capacidad para finalmente ofrecer el servicio compitiendo en precios, asimismo consideran un escenario en que las firmas no deciden entrar sino que existe un requerimiento de cobertura por parte de un regulador. En base a datos de ingeniería de una red de HFC para una ciudad urbana de Estados Unidos testean si la industria se configura como un monopolio natural con lo cual la regulación se haría necesaria para controlar el poder monopólico así como para alcanzar objetivos de acceso universal. Un resultado interesante al que llegan los autores es que el régimen de acceso universal lleva a una menor competencia en la

industria para algunos niveles de demanda. Y un análisis de sensibilidad que realizan, arroja que bajo un escenario pesimista de costos los requerimientos de acceso universal terminan creando un monopolio natural artificialmente.

Valletti et. al. (2002) también desarrollan otro modelo en que existen dos firmas que deben incurrir en unos costos fijos crecientes por localidad para brindar el servicio en base a la tecnología HFC aprovechando la red de cable coaxial que poseen las firmas proveedoras de *Televisión por Cable* (CATV). Asumen costos marginales por conectar a los consumidores iguales a cero. En una primera etapa las firmas deciden cuantas localidades servir para lo cual deben hundir costos fijos y en una segunda etapa compiten a la Bertrand bajo un requerimiento de precios uniformes y/o de cobertura. El principal aporte que los autores muestran es que la competencia en precio se verá críticamente afectado por la cobertura relativa escogida por las firmas, es decir, el ratio entre la cobertura del entrante y del Incumbente. Cuando existen requerimientos de precios uniformes, imponer restricciones de acceso universal al Incumbente, termina aumentando los precios del mercado debido a que el aumento de la cobertura del Incumbente es acompañada por un aumento menos que proporcional de la cobertura del entrante con lo que el ratio de cobertura cae, lo cual lleva a aumentar el precio debido a que éste es decreciente respecto a la cobertura relativa. Demuestran que existe un trade-off entre cobertura y bienestar de los consumidores servidos aun cuando un requerimiento de acceso universal al Incumbente promueva una mayor cobertura de la firma entrante.

Las principales diferencias de los trabajos de Valletti et. al. (2002) y Faulhaber y Hoerning (2000) con la investigación que aquí se presenta radican en que las investigaciones antes señaladas asumen que solo existen unos costos fijos por área y no consideran un costo marginal por consumidor conectado. Tampoco modelan secuencialidad en la elección de cobertura. Adicionalmente, en el modelo aquí presentado las firmas compiten en cantidad de accesos ofrecidos y no directamente en precios.

Si bien el principal interés del trabajo está vinculado a la masificación de acceso de Banda Ancha para los diversos servicios de telecomunicaciones en base a una tecnología DSL o HFC, el modelo teórico puede ser aprovechado también para la masificación de servicios en otras industrias que presenten una estructura similar a la que aquí se señala.

El resto del documento continúa como sigue: en la siguiente sección se presenta una breve descripción y conceptos relevantes de las redes alámbricas en cuestión, y su incidencia en la estructura de costos de la provisión de acceso. En la sección 3 se presenta el modelo y se muestran resultados de benchmarks que resultan de interés. En la sección 4 se presentan los diferentes esquemas de regulación y los resultados obtenidos. Por último, la sección 5 corresponde a conclusiones.

## 2.- Arquitectura de Red y Aspectos Económicos

La noción de Banda Ancha es un concepto sobre el cual no existe un consenso establecido. En varios países de Latinoamérica una red que utiliza protocolo *Internet Protocol /Asynchronous Transfer Mode* (IP/ATM) se concibe como una Banda Ancha cuando la velocidad de transmisión de datos es superior o igual a 256 Kbps. En países que poseen un mayor desarrollo tecnológico, para que una red sea considerada Banda Ancha, esta debe poseer una capacidad de transmisión de datos que permita al menos la emisión de video y audio en tiempo real así como bajo demanda.

En los últimos años, se han desarrollado una variedad de tecnologías alternativas que han permitido cambiar las características tecnológicas del mercado y han determinado distintos tipos de redes que se pueden clasificar bajo diversos criterios dependiendo el interés en cuestión, a saber: por cobertura (LAN, WAN, MAN, etc.), por tipos de servicios brindados (Voz, Datos, Internet, etc.), por capacidad de transporte (redes de acceso, redes de transporte, etc.), por medios físicos (Ópticas, Inalámbricas, Alámbricas, etc.).

En este trabajo el interés se centra en redes caracterizadas por un medio físico alámbrico teniendo cabida entre ellas las convencionales redes desplegadas en base al par trenzado de cobre así como redes basadas en cable coaxial, esta última, es típicamente utilizada por firmas que inicialmente son proveedoras de televisión por cable (CATV) e incluso telefonía pero que posteriormente utilizan su red para ofrecer también servicios de Internet. Adicionalmente, interesa concebir una Banda Ancha de una alta capacidad de transferencia de datos con la amplitud o anchura de banda suficiente para brindar servicios que van desde la transmisión de datos o voz hasta la provisión de TV digital así como audio y video en tiempo real, etc., para lo cual la red debe ser capaz de transmitir la señal electrónica a una velocidad que bordea los 10 Mbps.

Existen una serie de tecnologías de transmisión de datos asociadas a redes alámbricas. Cada una de ellas presenta características propias en cuanto a la provisión de servicio (velocidad de transmisión de datos). Entre estas tecnologías las actualmente más apropiadas y/o usadas en



América Latina para clientes que aspiran a un uso “domésticos” es la tecnología ADSL<sup>4</sup> y CABLE MODEM<sup>5</sup>.

Al igual que en el caso de la telefonía, el costo de proveer acceso a la Banda Ancha es bastante convexo en el sentido de que es considerablemente más costoso conectar a consumidores en áreas con baja densidad poblacional que aquellos ubicados en localidades más pobladas. La convexidad de los costos viene dada en gran medida por un fenómeno físico conocido como *atenuación de una señal*. Es decir, la pérdida de potencia que experimenta la señal acústica, eléctrica, u óptica al transitar a través de un medio de transmisión. La atenuación sufrida por una señal responde a *la longitud del bucle* de abonados, a *la frecuencia de la señal* enviada y a *la calidad del cableado* que se ha realizado previamente. Una mayor frecuencia, permite transmitir una mayor cantidad de datos en una unidad de tiempo. En un par de cobre, la atenuación de la señal aumenta en la medida que se incrementa la frecuencia de la señal. Y a mayor longitud del bucle, la atenuación que sufre la señal transmitida también se acentúa por lo que en muchos casos se hace necesaria la instalación de dispositivos electrónicos que fortalecen nuevamente la señal (repetidoras) para que la transmisión de datos logre llegar a destino. El estado de conservación del cableado también determina la máxima capacidad de transmisión de datos. Inicialmente la red de par de cobres desplegada por los Incumbentes no estaba pensada para brindar acceso de Banda Ancha. En consecuencia, dada una determinada calidad de transmisión de datos, la necesidad de hacer un upgrade de la red de cables, la mayor frecuencia de la señal, así como la longitud del bucle reflejan que sea más costoso conectar a clientes en mercados geográficos menos densamente poblados.

---

<sup>4</sup> ADSL es una tecnología que pertenece a la familia tecnológica xDSL. Estas permiten una mayor velocidad de acceso que a través de la línea telefónica mediante la instalación de dispositivos electrónicos tanto en el hogar del abonado como antes de la central de conmutación. ADSL permite aprovechar la red telefónica desplegada por el incumbente para brindar servicios de acceso y velocidad a distancias económicamente razonables. Otras tecnologías xDSL, requieren la instalación de líneas de fibra óptica mucho más cercana a los hogares brindando una mayor rapidez en la transmisión de datos que la que proporciona ADSL.

<sup>5</sup> Los Módems de Cable son una tecnología de banda ancha que ha prosperado en economías con redes de televisión por cable desarrolladas. Estas son capaces de transportar diferentes canales por el mismo cable físico y alcanzar velocidades incluso mayores que el ADSL.

Una firma poseedora de una red alámbrica de par de cobres, típicamente el incumbente en telefonía local, que decide aprovechar su red para brindar un acceso de Banda Ancha bajo la tecnología DSL o HFC<sup>6</sup>, además de los costos asociados a conectar a cada abonado, debe incurrir en costos fijos hundidos. Para explotar la tecnología ADSL la empresa debe instalar dispositivos electrónicos, tanto en el domicilio del abonado como antes de que el cable transmisor ingrese la señal a la central local de conmutación estos últimos corresponden a costos fijos que se realizan en cada central que cubre una determinada área geográfica (Splitters, DSLAM, Switches, etc.). (Vea Figura A1, Apéndice)

Los SPLITTERS permiten que se use el espectro del par de cobre para transmitir paquetes de bits hasta el DSLAM el cual constituye un concentrador de señales de alta velocidad. Esto básicamente es para transformar (de digital a analógica y viceversa) y discriminar las señales que corresponden a voz convencional de las que corresponden a datos de manera que estas sean redirigidas a la red telefónica y a la red de datos respectivamente. Asimismo una compañía proveedora de CATV para brindar acceso de Banda Ancha, dada una calidad, debe agregar más líneas de fibra óptica debido a la congestión ocasionada por abonar nuevos usuarios a la red.

Típicamente en una economía de libre mercado esta estructura de costos implicaría imponer un mayor precio de acceso a los consumidores de las localidades menos densamente pobladas. Sin embargo, comúnmente el interés de las instituciones reguladoras de cada nación es que el precio que los consumidores pagan por un servicio de telecomunicaciones sea el mismo para todos sus usuarios dando origen así al ya clásico esquema de subsidios cruzados que se observa en el caso de la telefonía convencional.

Ahora, no es difícil comprender que existe un trade-off entre la cobertura escogida por una firma y una política de requerimientos de precios uniformes por parte del regulador. Cuando el regulador impone requerimientos de precios uniformes a través de diversas localidades que solo difieren en densidad de población, la cobertura escogida por una firma debiese ser menor o igual a la que dicha firma escogería si pudiese cargar precios diferentes y libremente en cada

---

<sup>6</sup> La arquitectura HFC (Híbrido de Fibra y Coaxial) consiste en una red de fibra óptica que conecta a los hogares a través de cable coaxial. Cada 300 o 500 usuarios se unen mediante cable coaxial en forma de bus. Las limitaciones de este sistema, al igual que el ADSL, es que a veces la señal necesita ser amplificada y además es susceptible a interferencias externas.

localidad o mercado geográfico. Lo anterior es una consecuencia directa de la estructura de costos que existe en el mercado de la Banda Ancha así como en el de la telefonía tradicional, y otros más.

Bajo cualquier requerimiento por parte del regulador, ya sea de precios libres o uniformes, una firma ofrecerá acceso hasta que los beneficios que obtenga en la localidad geográfica final o mercado marginal sean iguales a cero. La modelación de competencia a través de la participación de dos firmas que compiten simultáneamente a la Cournot en cada mercado geográfico no altera la forma en que las firmas deciden cobertura y capacidad respecto a si fuese solo una firma la que ofrece el servicio. Sin embargo, la mayor competencia bajo precios uniformes tiene el efecto de disminuir los precios y con ello los beneficios de las firmas por lo que posiblemente la decisión de cobertura se vea disminuida. Fors y Kind (2003)

### 3.- El Modelo

El mercado relevante corresponde a un continuo de localidades “ $t$ ”. En cada localidad existen consumidores que difieren en su disposición a pagar por un acceso de Banda Ancha. Sea  $T(t) = e^{-t}$  el tamaño de la población de la localidad “ $t$ ” y digamos que  $p(t)$  es el precio de proveer acceso en dicha localidad. La demanda total del mercado “ $t$ ” estará dada por:  $x(t) = T(t)y(p(t))$ , donde:

$$y(p(t)) = \frac{\alpha - p(t)}{\beta}$$

será la demanda de un grupo representativo de consumidores de la localidad “ $t$ ”. Con  $\alpha$  y  $\beta$  constantes y mayores que cero. Note que este supuesto señala que la distribución de preferencias o disposición a pagar de los consumidores se mantiene invariable en los diversos mercados.

De lo anterior se desprende que la demanda por acceso en el mercado “ $t$ ” esta dada por:

$$x(t) = e^{-t} \left( \frac{\alpha - p(t)}{\beta} \right)$$

esto implica que la demanda de cada localidad será proporcional al tamaño de la población en el caso en que el precio sea uniforme,  $p(t) = p$ , a través de todas las localidades.

Se asume que cada localidad posee el mismo tamaño geográfico y se encuentran ordenadas por densidad poblacional de modo que la localidad 0 es la que posee la mayor cantidad de pobladores y la localidad N, la que posee el menor número de habitantes. Lo anterior implica que en el proceso de optimización las firmas no dejen localidades geográficas sin servir entre la localidad cero y la elección de cobertura óptima. Si se normaliza el tamaño de la población de las localidades respecto a la población de la zona 0 tenemos que:  $T(0) = 1$ .

Por el lado de la oferta las firmas deben hundir costos fijos de instalación (Splitters, DSLAM, Switches) asociados a servir cualquier área “ $t$ ”. Se asume que son simétricos para ambas firmas y por simplicidad normalizados a cero. Este supuesto no cambia la manera en que las firmas optimizan, sino que alterará la decisión de cuanta cobertura geográfica brindar. No obstante, el hecho de que los costos sean hundidos evita que las firmas puedan revertir su

inversión o transar sus activos en el mercado para ubicarse en una zona geográfica no cubierta en la condición de monopolio.

Una característica del mercado de la Banda Ancha, al igual que el de telefonía fija, es que resulta más costoso conectar a consumidores que habitan zonas de menor densidad geográfica. En este sentido se puede entender que el costo marginal de conectar a un usuario es creciente en la medida que nos alejamos de las zonas más densamente poblados. Para capturar la convexidad de los costos diremos que el costo marginal de conectar a cada consumidor de la localidad 0 será una constante  $\phi > 1$ , mientras que el costo marginal de conectar a los  $x(t)$  consumidores de la localidad “t” será  $\phi e^{\sigma t} x(t)$ ; con  $\sigma > 1$ . Luego, el costo de una firma por brindar el servicio en “n” localidades estará dado por:  $\int_0^n \phi e^{\sigma t} x(t) dt$ . Además se asume que  $\alpha > \phi$  lo cual es necesario para que existan beneficios de proveer servicio en alguna localidad. Los parámetros  $\sigma, \phi$  deben ser mayores que uno para reflejar la convexidad de costos marginales. Por simplicidad se asume que  $\sigma = 2$ .

### 3.1.- Benchmarks

#### 3.1.1.- Monopolio no Regulado: Precios libres a través de las localidades

Este caso espontáneamente resulta de interés debido a que la intuición sugiere que un monopolio sin restricciones en precios debiese elegir la mayor cobertura geográfica posible cuando el equilibrio se logra simplemente a través del mercado. (*Derivación detallada en Apéndice*)

La firma enfrenta el siguiente problema:

$$\text{Max}_{\{x(t), n\}}: \int_0^n p(x(t))x(t)dt - \phi \int_0^n e^{2t} x(t)dt \quad (1)$$

De las condiciones de primer orden para " $x(t)$ " se tiene la cantidad que ofrece el monopolio en cada mercado esta dada por:<sup>7</sup>

$$x^*(t) = \frac{1}{2\beta} \left( \frac{\alpha}{e^t} - \phi e^t \right) \quad (2)$$

Sabiendo que  $x(t) = y(t)e^{-t}$ , entonces (2) implica que la función que especifica la cantidad que el monopolio ofrece a cada grupo representativo en el mercado geográfico " $t$ " será:

$$y^*(t) = \frac{1}{2\beta} (\alpha - \phi e^{2t}) \quad (3)$$

Considerando que el precio en el mercado " $t$ " esta dado por  $p(y(t)) = \alpha - \beta y(t)$  se obtiene que:

$$p^*(t) = \frac{1}{2} (\alpha + \phi e^{2t})$$

Asimismo tomando la condición de primer orden para " $n$ " se obtiene la cobertura escogida por el monopolio no regulado:

$$n^* = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\alpha}{\phi} \right) \quad (4)$$

Escoger la cobertura de monopolio no regulado como un punto de partida y comparación es un caso interesante a considerar debido a que la no imposición de restricciones debiese llevar al monopolio a aumentar la cobertura hasta que en el mercado marginal el beneficio de conectar a los consumidores sea igual a cero. Sin embargo, más interesante resulta aún, que bajo estos supuestos la cobertura escogida por un planificador central para el caso en que el monopolio es obligado a tarifificar a costo marginal en cada mercado " $t$ " será precisamente la misma que el monopolio sin regulación, "Fors y Kind, (2003)"<sup>8</sup>. Pese a lo anterior el bienestar social bajo la elección del planificador central es inambiguamente mayor debido a que este en cada mercado cargará unos precios iguales al costo marginal de proveer la conexión de Banda Ancha.

---

<sup>7</sup> La solución de este problema corresponde a una optimización "*punto a punto*".

<sup>8</sup> Note que en el mercado marginal el monopolista esta indiferente entre ofrecer o no cobertura debido a que el precio que carga es precisamente el costo marginal de proveer el servicio en dicho mercado, el cual a su vez coincide con la máxima disposición a pagar de lo consumidores. Esto es así debido al supuesto de costos fijos hundidos iguales a cero, si dichos costos fueran positivos entonces en el mercado marginal se tendría la condición precio igual a costo medio.

### 3.1.2.- Monopolio Regulado: Requerimiento de precio uniforme a través de las localidades

Si a la firma se le impone la restricción de que el precio en cada área geográfica debe ser el mismo, llamemos "p" entonces la demanda representativa será la misma en cada localidad, digamos "y". Luego la demanda total de la localidad "t" estará dada por  $x(t) = e^{-t}y$ , mientras que la demanda agregada será:  $Q = \int_0^n e^{-t} y dt = y(1 - e^{-n})$  y los costos agregados estarán dados por:  $C = \int_0^n \phi y e^t dt = y(e^n - 1)$ .

De acuerdo a este esquema el problema de la firma es:

$$\underset{\{y,n\}}{\text{Max}} : (\alpha - \beta y)y(1 - e^{-n}) - \phi y(e^n - 1)$$

Tomando las condiciones de primer orden para "y" y para "n" se obtiene:

$$y(n) = \frac{1}{2\beta}(\alpha - \phi e^n) \quad (5)$$

y

$$n(y) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{2\alpha - \beta y}{2\phi} \right) \quad (6)$$

De las ecuaciones (5) y (6) se obtiene que la demanda representativa en cada mercado estará dada por:

$$y^* = \frac{1}{2\beta} \left[ \alpha - \frac{\phi + \sqrt{\phi^2 + 8\alpha\phi}}{4} \right] \quad (7)$$

y la cobertura escogida por el monopolio regulado será:

$$n^* = \ln \left( \frac{1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}}{4} \right) \quad (8)$$

Mientras que el precio que carga en cada localidad esta dado por la siguiente expresión:

$$p^* = \frac{1}{2} \left[ \alpha + \frac{\phi + \sqrt{\phi^2 + 8\alpha\phi}}{4} \right]$$

Como se esperaría y conforme a resultados obtenidos por Foros y Kind (2003) la cobertura escogida por un monopolista bajo requerimientos de precios uniformes resulta ser menor que la escogida por un monopolista sin restricción regulatoria en sus precios. (*Derivación detallada en Apéndice*) La intuición de lo anterior se encuentra en que brindar acceso a mercados de menor densidad poblacional resulta más costoso por lo que el monopolista exige un mayor precio en dichos mercados, sin embargo, dados los requerimientos de precio uniforme, debe aumentar también el precio en todos los mercados anteriormente abastecidos disminuyendo así la demanda en cada uno de ellos por lo que terminaría perdiendo ingresos de las localidades que precisamente poseen mayor densidad demográfica.

### 3.1.3.- Resultados de Foros y Kind

Foros y Kind (2003) bajo el mismo setup modelan un interesante caso de competencia imperfecta en el cual un regulador fija primero cobertura y luego las firmas, bajo requerimiento de precios uniformes, compiten simultáneamente en cantidad. La intervención del regulador permite abastecer una mayor cantidad de localidades geográficas respecto al equilibrio que alcanzarían las firmas al escoger simultáneamente cobertura y luego competir simultáneamente en cantidad. Esto es debido a que el regulador solucionaría un problema de coordinación de las firmas derivado de escoger simultáneamente la cobertura. Esa participación del regulador permite alcanzar un resultado Pareto superior en términos de cobertura y bienestar social.

Los resultados alcanzados por un duopolio en ausencia de intervención del regulador en términos de cobertura y cantidad respectivamente están dados por:

$$n^c = \ln \left( \frac{3 + \sqrt{9 + 16\alpha/\phi}}{8} \right)$$

y

$$y^c(n) = \frac{1}{3\beta} (\alpha - \phi e^{n^c})$$

mientras que los resultados de cobertura y cantidad cuando el regulador fija la cobertura ex-ante y el mercado esta compuesto por dos firmas están dados por:



$$n^R = \ln \left( \frac{1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}}{4} \right)$$

y

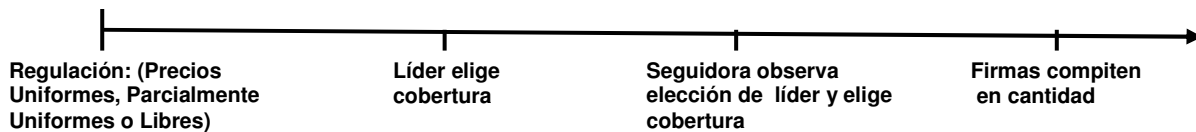
$$y(n^R) = \frac{1}{3\beta} [\alpha - \phi e^{n^R}]$$

Dicho resultado de cobertura, " $n^R$ ", coincide con el de un monopolio regulado bajo precios uniformes (ver ec. (8)).

#### 4.- Competencia con Licenciamiento Secuencial

En esta sección se presenta un esquema de competencia imperfecta en que primero se permiten precios libres, luego se impone un requerimiento parcial y posteriormente un requerimiento total de precios uniformes, en todos los casos, unido a la posibilidad de brindar ventaja a una firma en la elección de cobertura.

El juego se configura del siguiente modo: el regulador elige la forma de regulación sobre los precios de las firmas. En la primera etapa la firma líder o incumbente elige cobertura. Esto es, decide hasta cual mercado ofrecer los servicios de acceso. En la etapa siguiente la firma seguidora observa la cobertura elegida por la líder y entonces elige su propia cobertura. En la etapa final las firmas compiten a la Cournot en cada mercado.



##### 4.1.- Precios Libres a través de las Localidades

Bajo este diseño de política se asume que la única intervención del regulador esta dada por la ventaja estratégica que otorga a la firma incumbente en la elección de cobertura, teniendo cada firma la facultad de tarificar libremente en cada área geográfica el acceso a la Banda Ancha. *(Derivación detallada en Apéndice)*

El juego se resuelve por inducción hacia atrás por lo que primero se calculan las cantidades de Cournot dados los niveles de cobertura  $n_S, n_{2L}$ . Para ello la firma líder resuelve:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{x_{1L}(t), x_{2L}(t)\}} : & \int_0^{n_S} [\alpha - \beta e^t (x_{1L}(t) + \bar{x}_S(t))] x_{1L}(t) dt - \int_0^{n_S} \phi e^{2t} x_{1L}(t) dt \\ & + \int_{n_S}^{n_{2L}} [\alpha - \beta e^t x_{2L}(t)] x_{2L}(t) dt - \int_{n_S}^{n_{2L}} \phi e^{2t} x_{2L}(t) dt \end{aligned}$$

Donde  $x_{1L}(t)$  y  $x_S(t)$  denotan respectivamente la cantidad de conexiones ofrecidas por la firma líder y la seguidora en la localidad "t" en el segmento de áreas geográficas en que ambas firmas compiten y  $x_{2L}(t)$  denota la cantidad ofrecida por la firma líder en la localidad "t" en el segmento en que mantiene una eventual condición monopólica.

A partir de las condiciones de primer orden se obtienen las siguientes funciones de reacción para la firma líder:

$$x_{1L}(t) = \frac{1}{2\beta e^t} [\alpha - \beta e^t x_S(t) - \phi e^{2t}]$$

lo que implica que:

$$y_{1L}(t) = \frac{1}{2\beta} [\alpha - \beta y_S(t) - \phi e^{2t}] \quad (9)$$

Asimismo se obtiene:

$$x_{2L}^*(t) = \frac{1}{2\beta e^t} (\alpha - \phi e^{2t})$$

lo que a su vez determina:

$$y_{2L}^*(t) = \frac{1}{2\beta} [\alpha - \phi e^{2t}] \quad (10)$$

donde:  $y_{1L}(t)$  corresponde a la cantidad que la firma líder ofrece al grupo representativo en cada localidad "t" en el segmento de áreas geográficas en que ambas firmas ofrecen acceso, mientras que  $y_{2L}(t)$  corresponde a la cantidad que ofrece al grupo representativo la firma aventajada en cada localidad "t" del eventual segmento de áreas geográficas en que solo la líder ofrecería el servicio de acceso. Comparando (10) y (3) note que de mantener una condición monopólica, la firma líder ofrecería en cada mercado "t" la misma cantidad que el monopolio no regulado.

Del mismo modo la firma seguidora escoge la cantidad que ofrecerá para lo cual resuelve:

$$\text{Max}_{\{x_S(t)\}} : \int_0^{n_S} [\alpha - \beta e^t (\bar{x}_{1L}(t) + x_S(t))] x_S(t) dt - \int_0^{n_S} \phi e^{2t} x_S(t) dt$$

De las condiciones de primer orden se obtiene la función de reacción de la firma seguidora:

$$x_S(t) = \frac{1}{2\beta e^t} [\alpha - \beta e^t x_{1L}(t) - \phi e^{2t}]$$

que a su vez determina:

$$y_s(t) = \frac{1}{2\beta} [\alpha - \beta y_{1L}(t) - \phi e^{2t}] \quad (11)$$

donde  $y_s(t)$  es para la firma seguidora equivalente a  $y_{1L}(t)$  para la líder.

Combinando (9) y (11) se obtiene que:

$$y^*_{1L}(t) = y^*_s(t) = \frac{1}{3\beta} (\alpha - \phi e^{2t})$$

con lo que la cantidad agregada (representativa) en los segmentos de localidades en que las firmas compiten está dada por:

$$y^A(t) = \frac{2}{3\beta} (\alpha - \phi e^{2t})$$

En la segunda etapa del juego la firma seguidora escoge cobertura resolviendo el siguiente problema:

$$\text{Max}_{\{n_s\}} \int_0^{n_s} [\alpha - \beta e^t (x_{1L}(t) + x_s(t))] x_s(t) dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} x_s(t) dt$$

A partir de  $\partial \pi_s / \partial n_s = 0$  se obtiene que la cobertura de la firma seguidora esta dada por:

$$n^*_s = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\alpha}{\phi} \right)$$

En la primera etapa del juego la firma líder incorpora la elección de cobertura de la seguidora y optimiza:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{n_{2L}\}} : \int_0^{n_s} [\alpha - \beta e^t (x_{1L}(t) + x_s(t))] x_{1L}(t) dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} x_{1L}(t) dt \\ + \int_{n_s}^{n_{2L}} [\alpha - \beta e^t x_{2L}(t)] x_{2L}(t) dt - \int_{n_s}^{n_{2L}} \phi e^{2t} x_{2L}(t) dt \end{aligned}$$

Tomando condiciones de primer orden  $\partial \pi_L / \partial n_{2L} = 0$ , se puede obtener la cobertura de la firma líder:

$$n^*_{2L} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\alpha}{\phi} \right)$$

En términos de cobertura el resultado de este esquema es simétrico para las firmas y produce la misma elección del monopolio no regulado con lo cual la ecuación (10) pierde relevancia debido a que el líder no será monopolio en ninguna localidad geográfica. La introducción de competencia entre las firmas hace que el precio de acceso en cada una de las

localidades servidas resulte ser menor que el precio del monopolio no regulado. No obstante, cabe destacar que la simetría en cobertura responde únicamente al supuesto de costos fijos hundidos iguales a cero. De no ser así la firma seguidora escogería una cobertura menor y en los mercados en que la líder mantenga la condición de monopolio ofrecería la cantidad equivalente al monopolio no regulado dada por la ecuación (10). Una consecuencia directa de este diseño es la mejora del bienestar social así como del excedente del consumidor respecto al caso de monopolio no regulado debido a los menores precios y mayores cantidades ofrecidas en cada localidad geográfica.

#### 4.2.- Precios Parcialmente Uniformes a través de las Localidades

Bajo este esquema el regulador otorga una ventaja estratégica al Incumbente e impone una restricción moderada sobre su espacio de estrategias de precio. En el caso de la firma seguidora, pese a que la restricción en precios es la misma, esta no tiene un sentido tan modesto.

El esquema de precios parcialmente uniformes plantea que ambas firmas deben fijar un precio uniforme a través de todas las localidades en que provean acceso bajo competencia imperfecta. Mientras que en el tramo en que exista solo una firma brindando acceso, esta también deberá fijar precios uniformes pero no necesariamente el mismo precio del tramo en que las firmas compiten. Como se muestra a continuación es el incumbente quien aprovechando su ventaja escoge una mayor cobertura.

Dado el esquema de regulación, el “timing” del juego es como sigue: la firma líder hunde costos fijos (elige su cobertura), luego es la firma seguidora la que observa y elige su propia cobertura. A continuación ambas firmas compiten a la Cournot considerando las restricciones de precios. (*Derivación detallada en Apéndice*)

El juego se resuelve por inducción hacia atrás por lo que ambas firmas comienzan calculando primero las cantidades de competencia a la Cournot dadas unas coberturas.

Bajo la restricción parcial de precios uniformes y competencia imperfecta los beneficios de la firma líder están dados por:

$$Max_{\{y_{1L}, y_{2L}\}} : \int_0^{n_s} [\alpha - \beta(y_{1L} + \bar{y}_s)] y_{1L} e^{-t} dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} y_{1L} e^{-t} dt + \int_{n_s}^{n_{2L}} [\alpha - \beta y_{2L}] y_{2L} e^{-t} dt - \int_{n_s}^{n_{2L}} \phi e^{2t} y_{2L} e^{-t} dt$$

donde " $y_{1L}$ " es la cantidad que ofrece la firma líder para cada grupo representativo de consumidores en el tramo de localidades en que compite duopólicamente con la firma seguidora y " $y_{2L}$ " corresponde a la cantidad que ofrece la firma líder para cada grupo representativo de consumidores en el tramo en que mantiene la condición de monopolio.

Tomando las condiciones primer orden se obtienen las funciones de reacción de las cantidades de Cournot y de monopolio respectivamente:

$$y_{1L}(n_s, y_s) = \frac{1}{2\beta} (\alpha - \phi e^{n_s} - \beta y_s) \quad (12)$$

$$y_{2L}^*(n_s, n_{2L}) = \frac{1}{2\beta} (\alpha - \phi e^{n_s + n_{2L}}) \quad (13)$$

note que  $y_{2L}(n_s, n_{2L})$  no depende de " $y_s$ " debido a que en el tramo relevante de localidades la líder ostentará la condición de monopolio. Más aun, comparando (13) con (5) se desprende que la firma líder imita el comportamiento un monopolio no regulado en el segmento de localidades geográficas,  $[n_s, n_{2L}]$ , en que es el único oferente, pues si  $n_s = 0$ , entonces ambas ecuaciones son la misma.

Asimismo los beneficios de la firma seguidora están dados por:

$$Max_{\{y_s\}}: \int_0^{n_s} [\alpha - \beta(\bar{y}_{1L} + y_s)] y_s e^{-t} dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} y_s e^{-t} dt$$

De las condiciones de primer orden se tiene que:

$$y_s(n_s, y_{1L}) = \frac{1}{2\beta} (\alpha - \phi e^{n_s} - \beta y_{1L}) \quad (14)$$

Combinando (12) y (14) se puede obtener:

$$y_{1L}^*(n_s) = y_s^*(n_s) = \frac{1}{3\beta} (\alpha - \phi e^{n_s})$$

Es decir, las cantidades que ofrecen las firmas en el segmento de competencia es el mismo, lo cual que es esperable ya que las firmas son simétricas en costos y no existe ningún vínculo entre el tramo competitivo y el segmento monopólico que restrinja a la líder de explotar su condición de monopolio en este último segmento. Entonces, la cantidad agregada (representativa) en los segmentos de localidades en que las firmas compiten está dada por:

$$y^A = \frac{2}{3\beta}(\alpha - \phi e^{n_s}) \quad (15)$$

En la segunda etapa del juego la firma seguidora elige su cobertura dada la elección de cobertura de la líder para lo cual optimiza la siguiente función de beneficios:

$$Max_{\{n_s\}}: \left[ \frac{1}{3}(\alpha + 2\phi e^{n_s}) \right] \left[ \frac{1}{3\beta}(\alpha - \phi e^{n_s}) \right] (1 - e^{-n_s}) - \left[ \frac{1}{3\beta}(\alpha - \phi e^{n_s}) \right] \phi (e^{n_s} - 1)$$

De las condiciones de primer orden se puede obtener la cobertura elegida por la firma seguidora:

$$n^*_s = \ln \left( \frac{1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}}{4} \right) \quad (16)$$

En la primera etapa del juego la firma líder escoge en cuantos mercados brindará acceso incorporando la elección de cobertura de la firma seguidora. Los beneficios de la firma líder en función de su propia cobertura están dados por:

$$Max_{\{n_{2L}\}}: \left( \frac{1}{3}(\alpha + 2\phi e^{n_s}) \right) \frac{1}{3\beta}(\alpha - \phi e^{n_s})(1 - e^{-n_s}) - \phi e^{n_s} \frac{1}{3\beta}(\alpha - \phi e^{n_s})(1 - e^{-n_s}) + \\ \left( \frac{1}{2}(\alpha + \phi e^{n_s + n_{2L}}) \right) \frac{1}{2\beta}(\alpha - \phi e^{n_s + n_{2L}})(e^{-n_s} - e^{-n_{2L}}) - \phi (e^{n_{2L}} - e^{n_s}) \frac{1}{2\beta}(\alpha - \phi e^{n_s + n_{2L}})$$

Calculando las condiciones de primer orden para " $n_{2L}$ " se obtiene que la cobertura escogida por la firma líder esta dada por:

$$n^*_{2L} = \ln \left\{ \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4} (1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}) + \sqrt{\left( \frac{1}{4} (1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}) \right)^2 + 8\alpha/\phi} \right) \right\} \quad (17)$$

Comparando (8) con (16) se puede observar que bajo el esquema de precios parcialmente uniformes la elección de cobertura en el tramo en que las firmas compiten resulta igual a la cobertura que escogería un monopolio bajo requerimiento de precios uniformes. Más aun, si se compara (5) y (15), dado el resultado anterior de cobertura, es directo verificar que la cantidad de conexiones agregadas en los mercados señalados es mayor bajo este esquema que en el de monopolio regulado. O equivalentemente, el precio que se carga bajo regulación de precio parcialmente uniforme es menor que el precio que fija el monopolio regulado.

Adicionalmente se puede demostrar que la cobertura elegida por la firma líder es mayor que la cobertura escogida por la firma seguidora para valores del ratio  $\alpha/\phi$  mayores que uno. (Ver Prueba 1, Apéndice)

Por último se tiene que, considerando que el precio en los tramos en que compiten las firmas es menor que el precio del monopolio regulado y que el número de conexiones es mayor, inambiguamente el excedente del consumidor se verá incrementado en dichas localidades.

Una bondad de este esquema es que dado que en los tramos en que se desarrolla la competencia en cantidad la mejor respuesta que pueden emplear las firmas es ofrecer las cantidades de la solución de Cournot, el segmento de localidades en que la líder se encuentra bajo la condición de monopolio es menor que el caso en que solo se permite una que firma abastezca la totalidad de los mercados. Esto implica que, bajo el esquema de precios parcialmente uniformes, la penalidad en precios no es traspasada hasta los mercados en que ambas firmas compiten por lo que la cobertura que escoge la firma líder resulta ser mayor que en el caso del monopolio regulado a través de precios uniformes y que en los casos señalados en la sección 3.1.3. estudiados por Fors y Kind (2003).

Los resultados anteriores se pueden formalizar en las siguientes proposiciones:

*Proposición 1: Bajo el esquema de precios parcialmente uniformes unido a una ventaja estratégica en la elección de cobertura para el incumbente, la cobertura escogida por la firma líder es mayor que la cobertura escogida por un monopolio regulado bajo precios uniformes.*

*Corolario 1: Bajo este esquema, la cobertura también es mayor que la escogida por un duopolio cuando en una primera etapa las firmas eligen simultáneamente cobertura y en una segunda etapa compiten simultáneamente en cantidad como lo desarrollan Fors y Kind (2003)<sup>9</sup>.*

---

<sup>9</sup> Aunque bajo este esquema la cobertura resulta inambiguamente mayor, este resultado no es directamente comparable con el resultado de cobertura de Fors y Kind (2003) debido que este mecanismo introduce secuencialidad y flexibilidad parcial en precios con lo cual no es directo identificar cual es el impacto de cada cambio.



*Corolario 2: Bajo este esquema, la cobertura también resulta mayor que la escogida por un planificador central cuando la industria es abastecida por un duopolio con requerimientos de precios uniformes en la cual el regulador previo a la competencia simultanea en cantidad fija simultáneamente la cobertura de ambas firmas como lo desarrollan Foros y Kind (2003)<sup>10</sup>.*

*Proposición 2: Bajo el esquema de precios parcialmente uniformes se incrementa el bienestar social respecto al monopolio regulado con precios uniformes esto es porque en el segmento de competencia, que resulta ser el mismo del monopolio regulado, la cantidad que se ofrece es mayor y a un menor precio. Y adicionalmente la líder ofrece cobertura en segmento que antes no se abastecían.*

*Proposición 3: Bajo el esquema de precios parcialmente uniformes se ve mejorado el excedente del consumidor respecto de la situación de monopolio regulado, esto es porque en el tramo de competencia se ofrece una mayor cantidad de conexiones a un precio menor que en caso del monopolio regulado debido a la entrada de una segunda firma (Ver Prueba 2, Apéndice). Adicionalmente la firma líder ofrece acceso a un nuevo segmento de localidades bajo la condición de monopolio lo que implica una mejora de eficiencia asignativa.*

En relación a los excedentes agregados de las firmas los efectos son ambiguos, pues en el segmento de localidades en que las firmas compiten, la cantidad (oferta) agregada aumenta pero bajo un precio uniforme menor. Adicionalmente el Incumbente permanece en la condición de monopolio en las localidades geográficas adicionalmente servida y percibe unas rentas asociadas a esa condición. Estos efectos se contraponen y se debe verificar cual es el que domina.

---

<sup>10</sup> Idem nota (9)

### 4.3.- Precios Uniformes a través de las Localidades

En esta sección el esquema que se presenta corresponde a competencia imperfecta en que el regulador impone requerimientos de precios uniformes a través de todas las localidades tanto para la firma líder como para la firma seguidora pero a igual que en las secciones 4.1. y 4.2. otorga una ventaja estratégica al Incumbente en la elección de cobertura.

Bajo este esquema la firma líder debe considerar que la seguidora escogerá una cobertura y que en dicho tramo de localidades ambas firmas competirán a la Cournot. Sin embargo, en los segmentos de localidades en que la firma líder brinde acceso bajo la condición de monopolio deberá ofrecer un número de conexiones tal que el precio en todas las de localidades geográficas sea el mismo. (*Derivación detallada en Apéndice*)

El timing del juego es el mismo descrito en la sección 4. y el juego se resuelve también por inducción hacia atrás por lo que ambas firmas comienzan calculando primero las cantidades de competencia a la Cournot.

Bajo la restricción de precios uniformes y competencia imperfecta los beneficios de la firma líder están dados por:

$$\begin{aligned} \underset{\{y_{1L}, y_{2L}\}}{\text{Max}} \int_0^{n_S} [\alpha - \beta(y_{1L} + \bar{y}_S)] y_{1L} e^{-t} dt - \int_0^{n_S} \phi e^{2t} y_{1L} e^{-t} dt + \int_{n_S}^{n_{2L}} (\alpha - \beta y_{2L}) y_{2L} e^{-t} dt - \int_{n_S}^{n_{2L}} \phi e^{2t} y_{2L} e^{-t} dt \\ \text{sa : } \alpha - \beta(y_{1L} + \bar{y}_S) = \alpha - \beta y_{2L} \end{aligned}$$

A partir de las condiciones de primer orden se obtiene la función de reacción de la firma líder para el tramo en que las firmas compiten a la Cournot:

$$y_{1L}(y_S, n_S, n_{2L}) = \frac{1}{2\beta} \left\{ \alpha - \phi e^{n_{2L}} - \beta y_S \frac{(1 + e^{-n_S} - 2e^{-n_{2L}})}{(1 - e^{-n_{2L}})} \right\} \quad (18)$$

Del mismo modo los beneficios de la firma seguidora están dados por:

$$\underset{\{y_S\}}{\text{Max}} : [\alpha - \beta(\bar{y}_{1L} + y_S)] y_S (1 - e^{-n_S}) - \phi y_S (e^{n_S} - 1)$$

y de las condiciones de primer orden se tiene que:

$$y_S(n_S, y_{1L}) = \frac{1}{2\beta} (\alpha - \phi e^{n_S} - \beta y_{1L}) \quad (19)$$

Combinando (18) y (19) se obtiene la cantidad óptima que ofrece la firma líder al grupo de consumidores representativos en el segmento de localidades en que existe competencia en función únicamente de las coberturas escogidas por las firmas: <sup>11</sup>

$$y_{1L}(n_S, n_{2L}) = \text{MAX} \left\{ 0, \frac{1}{\beta(3 - 2e^{-n_{2L}} - e^{-n_S})} [\alpha(1 - e^{-n_S}) + \phi(3 - 2e^{n_{2L}} + e^{n_S} - 2e^{n_S - n_{2L}})] \right\} \quad (20)$$

y reemplazando (20) en (19) se obtiene también la cantidad óptima que brinda la firma seguidora en el tramo en que compiten en función de las coberturas:

$$y_S(n_S, n_{2L}) = \frac{(1 - e^{-n_{2L}})}{\beta(3 - 2e^{-n_{2L}} - e^{-n_S})} (\alpha - 2\phi e^{n_S} + \phi e^{n_{2L}}) \quad (21)$$

Por otra parte, la oferta agregada de las firmas a los consumidores representativos en el tramo de localidades en que compiten, debe coincidir con la cantidad ofrecidas por la líder en el tramo en que es la única oferente de modo de establecer un mismo precio en la totalidad de las áreas geográficas. Entonces, a partir de (20) y (21) se puede obtener:

$$y^A = y_{2L}(n_S, n_{2L}) = \frac{1}{\beta(3 - 2e^{-n_{2L}} - e^{-n_S})} \text{MAX} \left\{ (1 - e^{-n_{2L}})(\alpha - \phi e^{n_S} + \phi e^{n_{2L}}), \alpha(2 - e^{-n_S} - e^{-n_{2L}}) + \phi(2 - e^{n_{2L}} - e^{n_S}) \right\} \quad (22)$$

y a partir de (22) se tiene que el precio establecido en todas las localidades estará dado por:

$$p(n_S, n_{2L}) = \alpha - \beta y^A \quad (23)$$

En la segunda etapa del juego la firma seguidora elige su cobertura dada una cobertura de la líder para lo cual optimizará la siguiente función de beneficios:

$$\text{Max}_{\{n_S\}}: \int_0^{n_S} p(n_{2L}, n_S) y_S(n_{2L}, n_S) e^{-t} dt - \int_0^{n_S} \phi e^{2t} y_S(n_{2L}, n_S) e^{-t} dt \quad ; n_{2L}, n_S > 0$$

o equivalentemente:

$$\text{Max}_{\{n_S\}}: \frac{1}{\beta} (1 - e^{-n_{2L}})^2 (3 - 2e^{-n_{2L}} - e^{-n_S})^{-2} (\alpha + \phi e^{n_{2L}} - 2\phi e^{n_S})^2 (1 - e^{-n_S}) \quad ; n_{2L}, n_S > 0$$

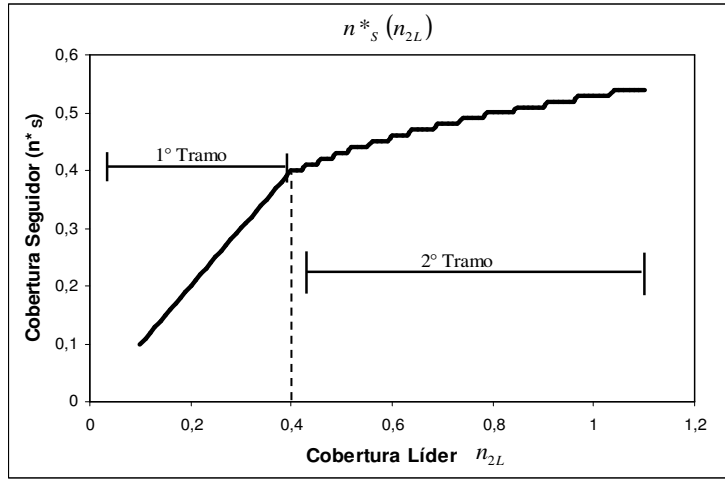
de las condiciones de primer orden se puede obtener una función de reacción de la cobertura por parte de la firma seguidora,  $n^*_S(n_{2L})$  que por su extensión y complejidad no será exhibida aquí

---

<sup>11</sup> La función de reacción  $y_S(n_S, n_{2L})$  corresponde a una función “Máximo” debido a que se está restringiendo la posibilidad de que líder pueda escoger una cantidad de accesos menor a cero con la finalidad de conseguir un precio uniforme mas atractivo en el tramo en que es monopólico.

(Vea Cuadro A1, Apéndice). Sin embargo, para fines ilustrativos se ha calculado la función de reacción asignando los siguientes valores de parámetros:  $\alpha = 10$ ,  $\beta = 0.2$ ,  $\phi = 1$  como se muestra en el Cuadro 1.

Cuadro 1  
Función de Reacción de Cobertura del Seguidor



Para los siguiente valores de parámetros:  $\alpha = 10$ ,  $\beta = 0.2$ ,  $\phi = 1$

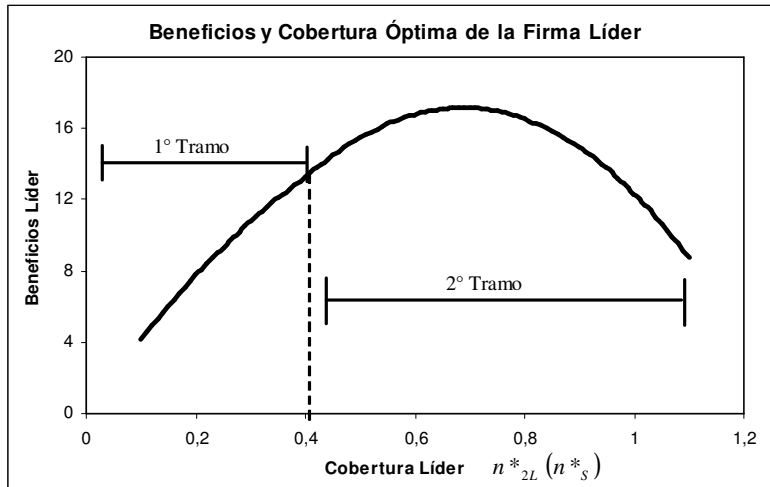
En la primera etapa del juego la firma líder escoge en cuantos mercados brindará acceso incorporando la función de reacción de elección de cobertura de la firma seguidora. Entonces los beneficios de la firma líder en función de su propia cobertura estarán dados por:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{n_{2L}\}}: & \int_0^{n_s} p(n_{2L}, n_s^*(n_{2L})) y_{1L}(n_{2L}, n_s^*(n_{2L})) e^{-t} dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} y_{1L}(n_{2L}, n_s^*(n_{2L})) e^{-t} dt \\ & + \int_0^{n_s} p(n_{2L}, n_s^*(n_{2L})) y_{2L}(n_{2L}, n_s^*(n_{2L})) e^{-t} dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} y_{2L}(n_{2L}, n_s^*(n_{2L})) e^{-t} dt \end{aligned}$$

A partir de la función anterior, tomando las condiciones de primer orden la firma líder obtiene su cobertura óptima,  $n_{2L}^*$ . Este problema no se solucionó de modo general, sin embargo, se ha calculado el beneficio en función de la cobertura que puede escoger el líder para los siguientes valores de parámetros:  $\alpha = 10$ ,  $\beta = 0.2$ ,  $\phi = 1$  como se muestra en el Cuadro 2. Con ello se obtuvo la solución para el caso particular de dichos valores de parámetros como se exhibe en el cuadro 3.

## Cuadro 2

### Beneficios del Líder en Función de su Cobertura Óptima



Para los siguiente valores de parámetros:  $\alpha = 10$ ,  $\beta = 0.2$ ,  $\varphi = 1$

La restricción de precios uniformes es activa para el incumbente, debido a que éste quisiera ofrecer cantidades monopólicas (y con ello precios monopólicos) en las localidades geográficas en que sea el único oferente mientras que quisiera ofrecer la cantidad de Cournot en los mercados en que compita con la seguidora. Note que por cada unidad adicional producida en los mercados  $[0, n_s]$  se presiona el precio a la baja y junto con ello también se fuerzan a la baja los ingresos totales que son obtenidos por servir el segmento de mercados  $[n_s, n_{2L}]$  por la firma líder bajo la condición de monopolio. Sin embargo, dada la restricción de precios uniformes, a mayor cobertura escoge el líder más relevantes se vuelven los ingresos en los mercados en que es monopolio y por lo tanto quisiera aumentar los precios tanto como fuese posible hasta el caso de monopolio de precios uniformes para lo cual debe reducir su producción en los mercados en que compite con la firma seguidora sacrificando ingresos en dichos mercados. Al mismo tiempo la firma seguidora moviéndose a través de su función de reacción tiene los incentivos a ofrecer mayor cantidad de conexiones en la medida que la líder extiende su cobertura geográfica con lo cual presiona la caída del precio y condiciona la cobertura óptima del líder debido a que la mínima producción que puede escoger la líder con el fin de reducir los precios es ofrecer cero acceso.

Por último, note que en el gráfico  $n^*_s(n_{2L})$  el tramo de  $45^\circ$  de la función de reacción de la firma seguidora (1° Tramo) es producto de una restricción arbitrariamente impuesta a la firma en el proceso que se empleó para la búsqueda de cobertura óptima que soluciona el modelo. Esta restricción impuso a la firma seguidora que su cobertura fuese igual o inferior a la del líder. Efectivamente en dicho segmento, dada una cobertura del líder, la firma seguidora quisiera escoger una mayor cobertura lo cual no se refleja en el primer tramo del función de reacción del Cuadro 1. Sin embargo, esta restricción arbitrariamente impuesta no es relevante al momento de hallar las coberturas de equilibrio en el modelo debido a que ambas se encuentran en el segundo tramo de la función de reacción ilustrada.

A continuación se exhiben en el Cuadro 3 resultados del ejercicio parametrizado para todos lo casos aquí expuestos. Resultados analíticos expresados en términos de cobertura se presentan en los cuadros A2, A3 y A4 para los casos analizados exceptuando el último esquema de precios totalmente uniformes.

**Cuadro 3**  
**Resultados Parametrizados**

COMPETENCIA LICENCIAMIENTO SUCUCIAL	ESQUEMA REGULATORIO	COBERTURAS		PRECIOS		# ACCESOS AGREGADOS	BENEFICIOS		EXCEDENTE CONSUMIDOR	BIENESTAR
		Seguidor	Líder	Tramo Competencia	Tramo Monopolio		Seguidor	Líder		
FOROS Y KIND	Precios Libre	1,15129		6,22076*		11,6886	44,1741		22,087	66,2611
	Precio Uniforme	0,916291		6,25		11,2500	42,1875		21,0938	63,2813
	Firmas eligen Cobertura y luego Cantidad	0,693147		4,6667		13,3333	17,7778 **		35,5556	71,1111
	Regulador Fija "N" Ex- Ante	0,916291		5		15,0000	18,75 **		37,5	75
COMPETENCIA LICENCIAMIENTO SUCUCIAL	ESQUEMA REGULATORIO	Seguidor	Líder	Tramo Competencia	Tramo Monopolio	#ACCESOS AGREGADOS	Seguidor	Líder	EXCEDENTE CONSUMIDOR	BIENESTAR
	Precios Libres	1,1529	1,1529	4,96101*	n.a.	15,5848	19,6329	19,6329	39,2658	78,5317
	Precios Uniformes por Tramo	0,916291	1,08071	5	8,68346	15,3992	18,75	19,2751	37,7626	75,7877
	Precios Totalmente Uniformes	0,474751	0,68	4,77409		12,8919	18,9482	17,1518	33,6859	69,7859

Para los siguiente valores de parámetros:  $\alpha = 10$ ,  $\beta = 0.2$ ,  $\varphi = 1$

\* Precio promedio por usuario.

\*\* Beneficio de cada firma.

## 5.- Conclusiones

Históricamente al incumbente de telecomunicaciones se le ha requerido cargar precios uniforme dentro de un área tarifaria. Al mismo tiempo los reguladores mediante subsidios cruzados buscan prevenir precios indebidamente altos incrementando competencia y a su vez, intentan promover el acceso universal.

En este trabajo se ha analizado el efecto de un licenciamiento secuencial unido a un requerimiento de precios libres, uniformes y parcialmente uniformes en términos de cobertura para el caso en que un duopolio compite por accesos en el mercado de la Banda Ancha, el cual es caracterizado por ser más costoso servir consumidores en áreas alejadas de los principales centros económicos.

Se ha asumido que las firmas que compiten simultáneamente en cantidad en la última etapa del juego y son simétricas en su estructura de costos pero no al momento de escoger su cobertura. Este supuesto parece realista si se considera que en muchos países el alcance de las redes existentes de telefonía es mayor que la cobertura de las redes de CATV. Así el incumbente en telefonía podría tener una ventaja en mover principalmente en zonas rurales.

El argumento de modelar la segunda etapa como una competencia a la Cournot descansa en que en la etapa en que las firmas eligen cobertura estas saben que el juego se perpetuará en el tiempo. Por lo cual al momento de elegir el alcance de la cobertura geográfica pierde sentido pensar en modelar un juego a la Stackelberg en el último periodo, pues, si existe alguna área geográfica en que las redes se superpongan no hay argumentos económicos para que una firma disfrute de una ventaja en la oferta de accesos aun cuando haya tenido la ventaja en la elección de cobertura.

Cuando las firmas eligen cobertura secuencialmente se puede esperar que el resultado de cobertura de las firmas sea asimétrico. Alguna firma podría concentrar su actividad en zonas urbanas y otra en zonas rurales. Esta asimetría se observa claramente en los últimos dos esquemas planteados de precio totalmente uniforme y precios uniformes por tramos<sup>12</sup>.

---

<sup>12</sup> El esquema de precios libres bajo licenciamiento secuencial también correspondería a un equilibrio asimétrico si los costos hundidos no estuviesen normalizados a cero.



Por otra parte, una simple inspección de los casos desarrollados por Foros y Kind (2003) y del esquema de precios totalmente uniformes ilustrados en el Cuadro 3 hace pensar que: la secuencialidad no es buena si existen requerimientos de precios totalmente uniformes a las firmas cuando se persiguen metas de cobertura geográfica.

Del mismo modo si fijamos la atención en los casos de precios uniformes por tramo y precios totalmente del Cuadro 3 se desprende que: si existe secuencialidad en el otorgamiento de licencias un requerimiento de precios uniformes tiene el efecto de disminuir el precio pero daña la cobertura regional. La intuición detrás de estos resultados es que la firma líder quisiera ofrecer en los segmentos de competencia y en el tramo en que es único oferente la cantidad de conexiones que dan origen al precio de Cournot y de monopolio regulado respectivamente. Dada la secuencialidad de entrega de licencias, la restricción de precios uniformes se torna activa para la firma líder porque vincula a todos los mercados geográficos lo cual desalienta su cobertura regional y lo lleva a disminuir su cantidad de accesos en el segmento competitivo para aumentar el precio y con ello los ingresos que percibe en los mercados geográficos en que resulta ser un monopolio de manera de maximizar sus beneficios. Pero al mismo tiempo la firma seguidora reacciona produciendo más accesos en los segmentos competitivos volviéndose estos más relevantes para ella. En consecuencia, la seguidora disminuirá su cobertura de manera que los segmentos en que la líder sea monopolio sean lo suficientemente relevantes para que reduzca sus accesos en la zona competitiva y poder lograr esta última maximizar sus beneficios en dicho tramo.

Finalmente agregar que, aunque no necesariamente sea una comparación justa, el esquema de precios uniformes por tramos surge como una atractiva política de aplicación de precios uniformes que no desalienta e incluso incrementa la cobertura regional respecto al esquema de precios totalmente uniformes bajo licenciamiento secuencial, los casos analizados por Foros y Kind (2003) y el monopolio regulado con precio uniformes.

Una extensión de este trabajo es analizar los resultados que se pueden alcanzar cuando las autoridades pertinentes regulan directamente cobertura en un contexto de secuencialidad en el otorgamiento de licencias.

Otro interesante caso no analizado en este trabajo es determinar si existe alguna bondad de imponer requerimientos de precios uniformes por tramos cuando en una primera etapa del juego las firmas escogen simultáneamente cobertura y a continuación compiten a la Cournot.

Por último, una extensión directa de este trabajo es verificar como cambian los resultados obtenidos cuando las firmas hunden costos fijos en cada mercado distintos de cero.

## 6.- Referencias

Dixit, A. (1980), “The Role of Investment in Entry-Deterrence”, *The Economic Journal*, Vol. 90, N° 357, pp. 95-106.

Faulhaber, G. y C. Hogendorn (2000), “The Market Structure of Broadband Telecommunications”, *Journal of Industrial Economics*, Vol. XLVIII, N° 3, pp. 305-329.

Fisher, R. y P. Serra (2002), “Evaluación de la Regulaciones de las Telecomunicaciones en Chile”, *Revista Perspectivas*, Vol. 6, N° 1, pp. 45-77.

Foros, O. y H. Kind (2003), “The Broadband Access Market: Competition, Uniform Pricing and Geographical Coverage”, *Journal of Regulatory Economics*, Vol. 23, N° 3, pp. 215-235.

Galetovic, A. y R. Sanhueza (2005), “Una Evaluación Social de la Introducción de la Telefonía IP sobre Banda Ancha”, *Centro de Estudios Públicos (CEP)*, N° 103.

Hoernig, S. (2001), “Should Uniform Pricing Constraints be Imposed on Entrants?”, *CEPR Discussion Paper, Centre for Economic Policy Research*, Londres, N° 5052.  
*FEUNL Working Paper Series*, N° 417, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Economia

Kreps, D. y Jose S. (1999), “Quantity Precommitment and Bertrand Competition yield Cournot Outcomes”, *The Bell Journal of Economics*, Vol. 14, N° 2, pp. 326-337.

Nachbar, J., B. Petersen y I. Hwang (1998), “Sunk Cost Accomodation, and the Welfare Effects of Entry”, *The Journal Industrial Economics*, Vol. 46, N° 3, pp 317-332.

González, A. (2006), “Banda Ancha: Competencia y Desagregación”, *mimeo*, Universidad de Chile.

Tirole, J. y C. Matutes (1990), *La Teoría de la Organización Industrial*, Ariel Economía.

Valletti, T. (2000), “Introduction: Symposium on universal service obligation and competition”, *Information Economics and Policy*, Vol. 12, N° 3, pp. 205-210.

Valletti, T., S. Hoernig y P. Barros (2002), “Universe Service and Entry: The Role of Uniform pricing and Coverage Constraints”, *Journal of Regulatory Economics*, Vol. 21, N° 2, pp. 169-190.

Varian, H. (1985), “Price Discrimination and Social Welfare”, *The American Economic Review*, Vol. 75, N° 4, pp. 870-875.

## APENDICE

### 1.- Benchmarks

#### **1.1.- Monopolio no Regulado: Precios libres a través de las localidades**

La firma debe solucionar el siguiente problema:

$$\text{Max}_{\{x(t),n\}}: \int_0^n p(x(t))x(t)dt - \phi \int_0^n e^{2t} x(t)dt$$

De las condiciones de primer orden para "x(t)":

$$\frac{\partial \pi}{\partial x(t)} = 0 \Leftrightarrow p'(x(t))x(t) + p(x(t)) - \phi e^{2t} = 0$$

$$-\beta e^t x(t) + \alpha - \beta x(t)e^t = \phi e^{2t}$$

$$-2\beta e^t x(t) = -\alpha + \phi e^{2t}$$

$$x^*(t) = \frac{1}{2\beta e^t} (\alpha - \phi e^{2t})$$

Empleando la condición  $x(t) = y(t)e^{-t}$  se puede obtener que:

$$y^*(t) = \frac{1}{2\beta} (\alpha - \phi e^{2t}) \quad (\text{A1})$$

o equivalentemente el precio en la localidad "t":

$$p^*(t) = \frac{1}{2} (\alpha + \phi e^{2t})$$

De las condiciones de primer orden para "n":

$$\frac{\partial \pi}{\partial n} = 0 \Leftrightarrow [p(x(n)) - \phi e^{2n}]x(n) = 0$$

$$\frac{1}{2} (\alpha - \phi e^{2n}) \frac{1}{2\beta e^n} (\alpha - \phi e^{2n}) = 0$$

$$\frac{1}{4\beta e^n} (\alpha - \phi e^{2n})^2 = 0$$

desarrollando y aplicando logaritmo natural se obtiene la cobertura de un monopolio no regulado:

$$n^* = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\alpha}{\phi} \right) \quad (\text{A2})$$

## 1.2.- Monopolio Regulado: Requerimiento de precio uniforme a través de las localidades

Dado que el precio es uniforme en todas las localidades,  $p(t) = p; \forall t$ , la demanda de representativa en cada localidad es:  $y(t) = y; \forall t$ . Así, la demanda total de la localidad "t" es  $x(t) = e^{-t} y$ , la demanda agregada será:  $Q(n) = \int_0^n e^{-t} y dt = y(1 - e^{-n})$  y los costos agregados:

$$C(n) = \phi \int_0^n e^{2t} y e^{-t} dt = \phi y (e^n - 1)$$

Luego, el problema de la firma es:

$$\underset{\{y,n\}}{\text{Max}}: p(y)Q(n) - C(n)$$

Haciendo los reemplazos correspondientes se obtiene:  $\pi = \underset{\{y,n\}}{\text{Max}} (\alpha - \beta y)y(1 - e^{-n}) - \phi y(e^n - 1)$

Calculando las condiciones de primer orden para "n" e "y" se tiene que:

$$\frac{\partial \pi}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow -\beta y(1 - e^{-n}) + (\alpha - \beta y)(1 - e^{-n}) - \phi(e^n - 1) = 0$$

$$-\beta y + (\alpha - \beta y) - \phi e^n = 0$$

$$y(n) = \frac{1}{2\beta} (\alpha - \phi e^n) \quad (\text{A3})$$

y

$$\frac{\partial \pi}{\partial n} = 0 \Leftrightarrow (\alpha - \beta y)ye^{-n} - \phi ye^n = 0$$

$$\frac{(\alpha - \beta y)}{\phi} = e^{2n}$$

$$n(y) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{(\alpha - \beta y)}{\phi} \right) \quad (\text{A4})$$

Reemplazando (A3) en (A4) se obtiene:

$$n = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{2\alpha - (\alpha - \phi e^n)}{2\phi} \right)$$

Resolviendo y aplicando función exponencial:

$$e^{2n} = \left( \frac{\alpha + \phi e^n}{2\phi} \right)$$

rescribiendo se tiene:

$$2\phi e^{2n} - \phi e^n - \alpha = 0$$

Desarrollando la ecuación de segundo grado se obtiene la cobertura escogida por un monopolista bajo requerimiento de precios uniformes:

$$n^* = \ln \left( \frac{1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}}{4} \right) \quad (\text{A5})$$

Reemplazando (A5) en (A3) y desarrollando se obtiene:

$$y^* = \frac{1}{2\beta} \left[ \alpha - \frac{\phi + \sqrt{\phi^2 + 8\alpha\phi}}{4} \right]$$

con lo que el precio estará dado por:

$$p^* = \frac{1}{2} \left[ \alpha + \frac{\phi + \sqrt{\phi^2 + 8\alpha\phi}}{4} \right] \quad (\text{A6})$$

## **2.- Competencia con Licenciamiento Secuencial**

### **2.1.- Precios Libres a través de las Localidades**

Primero, ambas firmas calcularán las cantidades de Cournot para lo cual la firma líder resuelve el siguiente problema tomando "  $y_S$  " como dado:

$$\text{Max}_{\{x_{1L}(t), x_{2L}(t)\}} : \int_0^{n_S} p(x_{1L}(t), x_S(t)) x_{1L}(t) dt - \int_0^{n_S} \phi e^{2t} x_{1L}(t) dt + \int_{n_S}^{n_{2L}} p(x_{2L}(t)) x_{2L}(t) dt - \int_{n_S}^{n_{2L}} \phi e^{2t} x_{2L}(t) dt$$

o equivalentemente:

$$\begin{aligned} \underset{\{x_{1L}(t), x_{2L}(t)\}}{Max} : & \int_0^{n_s} [\alpha - \beta e^t (x_{1L}(t) + x_S(t))] x_{1L}(t) dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} x_{1L}(t) dt \\ & + \int_{n_s}^{n_{2L}} [\alpha - \beta e^t x_{2L}(t)] x_{2L}(t) dt - \int_{n_s}^{n_{2L}} \phi e^{2t} x_{2L}(t) dt \end{aligned}$$

Tomando las condiciones de primer orden para  $x_{1L}(t)$  se puede obtener:

$$p'(x_{1L}(t), x_S(t)) x_{1L}(t) + p(x_{1L}(t), x_S(t)) - \phi e^{2t} = 0$$

esto es:

$$-\beta e^t x_{1L}(t) + \alpha - \beta e^t (x_{1L}(t) + x_S(t)) - \phi e^{2t} = 0$$

ordenando y resolviendo se obtiene la función de reacción:

$$x_{1L}(t) = \frac{1}{2\beta e^t} [\alpha - \beta e^t x_S(t) - \phi e^{2t}]$$

a partir de  $x(t) = y(t)e^{-t}$  se tiene que :

$$y_{1L}(t) = \frac{1}{2\beta} [\alpha - \beta y_S(t) - \phi e^{2t}] \quad (A7)$$

Asimismo de las condiciones de primer orden para  $x_{2L}(t)$  se tiene que:

$$p'(x_{2L}(t)) x_{2L}(t) + p(x_{2L}(t)) - \phi e^{2t} = 0$$

esto es:

$$-\beta e^t x_{2L}(t) + \alpha - \beta e^t x_{2L}(t) - \phi e^{2t} = 0$$

ordenando y resolviendo:

$$x_{2L}(t) = \frac{1}{2\beta e^t} (\alpha - \phi e^{2t})$$

sabiendo que  $x(t) = y(t)e^{-t}$ , se tiene:

$$y_{2L}(t) = \frac{1}{2\beta} (\alpha - \phi e^{2t}) \quad (A8)$$

La cantidad de Cournot para la firma seguidora se obtiene de solucionar el siguiente problema:

$$\underset{\{x_S(t)\}}{Max} : \int_0^{n_s} p(x_{1L}(t), x_S(t)) x_S(t) dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} x_S(t) dt$$

o equivalentemente:



$$Max_{\{x_s(t)\}}: \int_0^{n_s} [\alpha - \beta e^t (x_{1L}(t) + x_s(t))] x_s(t) dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} x_s(t) dt$$

tomando  $\partial \pi_L / \partial x_s(t) = 0$  se tiene que:  $p'(x_s(t)) x_s(t) + p(x_s(t)) - \phi e^{2t} = 0$ , esto es:

$$-\beta e^t x_s(t) + \alpha - \beta e^t (x_{1L}(t) + x_s(t)) - \phi e^{2t} = 0.$$

Reordenando y despejando  $x_s(t)$  se obtiene la función de reacción de la seguidora

$$x_s(t) = \frac{1}{2\beta e^t} [\alpha - \beta e^t x_{1L}(t) - \phi e^{2t}]$$

haciendo uso de  $x(t) = y(t)e^{-t}$  se tiene que

$$y_s(t) = \frac{1}{2\beta} [\alpha - \beta y_{1L}(t) - \phi e^{2t}] \quad (A9)$$

Combinando (A7) y (A9) se obtiene:

$$y_{1L}(t) = \frac{1}{3\beta} (\alpha - \phi e^{2t}) \quad (A10)$$

Reemplazando (A10) en (A9):

$$y_s(t) = \frac{1}{3\beta} (\alpha - \phi e^{2t}) \quad (A11)$$

A partir de (A10) y (A11) se puede calcular la cantidad agregada representativa:

$$y^A(t) = \frac{2}{3\beta} (\alpha - \phi e^{2t})$$

Luego el precio en el tramo de localidades en que las firmas compiten:

$$p^C(t) = \alpha - \beta y^A(t)$$

$$p^C(t) = \frac{1}{3} (\alpha + 2\phi e^{2t})$$

y el precio en el tramo monopolístico:

$$p^M(t) = \alpha - \beta y_{2L}(t)$$

$$p^M(t) = \frac{1}{2} (\alpha + \phi e^{2t})$$

## Etapa 2 del Juego

Firma seguidora elige cobertura para lo cual optimiza la siguiente función:

$$Max_{\{n_s\}}: \int_0^{n_s} [p^C(t) - \phi e^{2t}] x_S(t) dt$$

haciendo los reemplazando correspondientes:

$$Max_{\{n_s\}}: \int_0^{n_s} \left[ \frac{1}{3} (\alpha + 2\phi e^{2t}) - \phi e^{2t} \right] \frac{1}{3\beta e^t} (\alpha - \phi e^{2t}) dt$$

Calculando  $\partial \pi_S / \partial n_S = 0$  se tiene:  $[p^C(n_S) - \phi e^{2n_S}] x_S(n_S) = 0$  esto es:

$$\left[ \frac{1}{3} (\alpha + 2\phi e^{2n_S}) - \phi e^{2n_S} \right] \frac{1}{3\beta e^{n_S}} (\alpha - \phi e^{2n_S}) = 0$$

Desarrollando y despejando " $n_S$ " se obtiene la cobertura de la firma seguidora:

$$n^*_S = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\alpha}{\phi} \right)$$

## Etapa 1 del Juego

La firma líder elige su cobertura optimizando la siguiente función:

$$Max_{\{n_{2L}\}}: \int_0^{n_S} [p^C(t) - \phi e^{2t}] x_{1L}(t) dt + \int_{n_S}^{n_{2L}} [p^M(t) - \phi e^{2t}] x_{2L}(t) dt$$

haciendo las sustituciones correspondientes y rescribiendo, la función objetivo del líder queda:

$$Max_{\{n_{2L}\}}: \int_0^{n_S} \left[ \frac{1}{3} (\alpha + 2\phi e^{2t}) - \phi e^{2t} \right] \frac{1}{3\beta e^t} (\alpha - \phi e^{2t}) dt + \int_{n_S}^{n_{2L}} \left[ \frac{1}{2} (\alpha + \phi e^{2t}) - \phi e^{2t} \right] \frac{1}{2\beta e^t} (\alpha - \phi e^{2t}) dt$$

Calculando  $\partial \pi_L / \partial n_{2L} = 0$  se obtiene  $p^M(n_{2L}) x_{2L}(n_{2L}) - \phi e^{2n_{2L}} x_{2L}(n_{2L}) = 0$ , esto es:

$$\left[ \frac{1}{2} (\alpha + \phi e^{2n_{2L}}) - \phi e^{2n_{2L}} \right] \frac{1}{2\beta e^{n_{2L}}} (\alpha - \phi e^{n_{2L}}) = 0$$

Desarrollando y despejando " $n_{2L}$ " se obtiene la cobertura de la firma líder:

$$n^*_{2L} = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\alpha}{\phi} \right)$$

## 2.2.- Precios Parcialmente Uniformes a través de las Localidades

Las firmas calculan primero las cantidades de Cournot para lo cual la firma líder resuelve el siguiente problema tomando "  $y_s$  " como dado:

$$Max_{\{y_{1L}, y_{2L}\}}: \int_0^{n_s} [\alpha - \beta(y_{1L} + \bar{y}_s)] y_{1L} e^{-t} dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} y_{1L} e^{-t} dt + \int_{n_s}^{n_{2L}} [\alpha - \beta y_{2L}] y_{2L} e^{-t} dt - \int_{n_s}^{n_{2L}} \phi e^{2t} y_{2L} e^{-t} dt$$

o equivalentemente:

$$Max_{\{y_{1L}, y_{2L}\}}: [\alpha - \beta(y_{1L} + \bar{y}_s)] y_{1L} (1 - e^{-n_s}) - \phi y_{1L} (e^{n_s} - 1) + [\alpha - \beta y_{2L}] y_{2L} (e^{-n_s} - e^{-n_{2L}}) - \phi y_{2L} (e^{n_{2L}} - e^{n_s})$$

A partir de las condiciones de primer orden  $\partial \pi_L / \partial y_{1L} = 0$  se puede hallar que:  $\{-\beta y_{1L} + \alpha - \beta(y_{1L} + y_s)\}(1 - e^{-n_s}) - \phi e^{n_s} (1 - e^{-n_s}) = 0$ , manipulando y despejando "  $y_{1L}$  " se obtiene la función de reacción de la cantidad de Cournot de la líder:

$$y_{1L}(n_s, y_s) = \frac{1}{2\beta} (\alpha - \phi e^{n_s} - \beta y_s) \quad (A12)$$

Del mismo modo se calcula de las condiciones de primer orden  $\partial \pi_L / \partial y_{2L} = 0$ , lo que implica que:  $(-\beta y_{2L} + \alpha - \beta y_{2L})(e^{-n_s} - e^{-n_{2L}}) - \phi e^{n_s + n_{2L}} (e^{-n_s} - e^{-n_{2L}}) = 0$ . Manipulando y despejando "  $y_{2L}$  " se obtiene la cantidad óptima de la líder para el tramo en que será monopolio en función de las coberturas:

$$y_{2L}(n_s, n_{2L}) = \frac{1}{2\beta} (\alpha - \phi e^{n_s + n_{2L}}) \quad (A13)$$

La cantidad de Cournot para la firma seguidora se obtiene de solucionar el siguiente problema:

$$Max_{\{y_s\}}: \int_0^{n_s} [\alpha - \beta(\bar{y}_{1L} + y_s)] y_s e^{-t} dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} y_s e^{-t} dt$$

o equivalentemente:

$$Max_{\{y_s\}}: [\alpha - \beta(\bar{y}_{1L} + y_s)] y_s (1 - e^{-n_s}) - \phi y_s (e^{n_s} - 1)$$

tomando  $\partial \pi_L / \partial y_{2L} = 0$  se tiene que:  $\{-\beta y_s + \alpha - \beta(y_{1L} + y_s)\}(1 - e^{-n_s}) - \phi e^{n_s} (1 - e^{-n_s}) = 0$ .

Despejando "  $y_s$  " se obtiene la función de reacción de la cantidad de Cournot de la seguidora:

$$y_s(n_s, y_{1L}) = \frac{1}{2\beta} (\alpha - \phi e^{n_s} - \beta y_{1L}) \quad (A14)$$

Combinando (A12) y (A14) se obtiene:

$$y_s(n_s) = \frac{1}{3\beta}(\alpha - \phi e^{n_s}) \quad (\text{A15})$$

Reemplazando (A15) en (A12):

$$y_{1L}(n_s) = \frac{1}{3\beta}(\alpha - \phi e^{n_s}) \quad (\text{A16})$$

A partir de (A15) y (A16) se obtiene que la cantidad agregada esta dada por:

$$y^A = y_{1L}(n_s) + y_s(n_s) = \frac{2}{3\beta}(\alpha - \phi e^{n_s})$$

Luego, el precio en el tramo en que compiten esta dado por:

$$p^C = \alpha - \beta y^A$$

$$p^C(n_s) = \frac{1}{3}(\alpha + 2\phi e^{n_s}) \quad (\text{A17})$$

El precio en el tramo en que la firma líder es monopolio estará dado por:

$$p^M = \alpha - \beta y_{2L}$$

$$p^M(n_s, n_{2L}) = \frac{1}{2}(\alpha + \phi e^{n_s + n_{2L}}) \quad (\text{A18})$$

## Etapa 2 del juego

Firma seguidora elige cobertura dada una cobertura de la firma líder.

$$\underset{\{n_s\}}{\text{Max}} : \int_0^{n_s} p^C(y_{1L}(n_s), y_s(n_s)) y_s(n_s) e^{-t} dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} y_s(n_s) e^{-t} dt$$

o equivalentemente:

$$\underset{\{n_s\}}{\text{Max}} : [p(n_s) - \phi e^{n_s}] y_s (1 - e^{-n_s})$$

haciendo los reemplazando correspondientes:

$$\underset{\{n_s\}}{\text{Max}} : \frac{1}{9\beta} (\alpha - \phi e^{n_s})^2 (1 - e^{-n_s})$$

Tomando las condiciones de primer orden  $\partial \pi_s / \partial n_s = 0$  se tiene:

$$\frac{1}{9\beta} \left\{ -2(\alpha - \phi e^{n_s}) \phi e^{n_s} (1 - e^{-n_s}) + (\alpha - \phi e^{n_s})^2 e^{-n_s} \right\} = 0$$

Simplificando y rescribiendo:

$$2\phi e^{2n_s} - \phi e^{n_s} - \alpha = 0$$

Desarrollando la ecuación de segundo grado se puede obtener la cobertura escogida por la firma seguidora:

$$n_s^* = \ln \left( \frac{1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}}{4} \right) \quad (A19)$$

### **Etapa 1 del juego**

La firma líder elige su cobertura optimizando la siguiente función:

$$\begin{aligned} \underset{\{n_{2L}\}}{Max} : & \int_0^{n_s} p^C(y_{1L}(n_s), y_s(n_s)) y_{1L}(n_s) e^{-t} dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} y_{1L}(n_s) e^{-t} dt \\ & + \int_{n_s}^{n_{2L}} p^M(y_{2L}(n_s, n_{2L})) y_{2L}(n_s, n_{2L}) e^{-t} dt - \int_{n_s}^{n_{2L}} \phi e^{2t} y_{2L}(n_s, n_{2L}) e^{-t} dt \end{aligned}$$

o equivalentemente:

$$\underset{\{n_{2L}\}}{Max} : [p^C(n_s) - \phi e^{n_s}] y_{1L}(n_s) (1 - e^{-n_s}) + [p^M(n_s, n_{2L}) - \phi e^{n_s + n_{2L}}] y_{2L}(n_s, n_{2L}) (e^{-n_s} - e^{-n_{2L}})$$

haciendo las sustituciones correspondientes y rescribiendo, la función objetivo del líder queda:

$$\underset{\{n_{2L}\}}{Max} : \frac{1}{9\beta} (\alpha - \phi e^{n_s})^2 (1 - e^{-n_s}) + \frac{1}{4\beta} (\alpha - \phi e^{n_s + n_{2L}})^2 (e^{-n_s} - e^{-n_{2L}})$$

De las condiciones de primer orden se tiene  $\partial \pi_s / \partial n_s = 0$  lo que implica:

$$\frac{1}{4\beta} \left\{ 2(\alpha - \phi e^{n_s + n_{2L}}) (-\phi e^{n_s + n_{2L}}) (e^{-n_s} - e^{-n_{2L}}) + (\alpha - \phi e^{n_s + n_{2L}})^2 e^{-n_{2L}} \right\} = 0$$

Simplificando y rescribiendo:

$$2\phi e^{2n_{2L}} - \phi e^{n_s} e^{n_{2L}} - \alpha = 0$$

Desarrollando la ecuación de segundo grado se obtiene:

$$e^{n_{2L}} = \frac{1}{4} \left( e^{n_s} \pm \sqrt{(e^{n_s})^2 + 8\alpha/\phi} \right) \quad (A20)$$

Reemplazando (A14) en (A15) se tiene que la cobertura escogida por la firma líder:

$$n^*_{2L} = \ln \left\{ \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4} (1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}) + \sqrt{\left( \frac{1}{4} (1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}) \right)^2 + 8\alpha/\phi} \right) \right\} \quad (A21)$$

**PRUEBA 1:** Bajo esquema de precios parcialmente uniformes, la cobertura de la líder es mayor que cobertura de la firma seguidora:  $n^*_{2L} > n^*_s$  para valores de  $\alpha/\phi$  mayores que uno.

Por Demostrar:  $n^*_{2L} > n^*_s$

$$n^*_{2L} - n^*_s > 0 \Leftrightarrow e^{n^*_{2L}} - e^{n^*_s} > 0$$

$$e^{n^*_{2L}} - e^{n^*_s} > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4} \left( \frac{1}{4} (1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}) + \sqrt{\left( \frac{1}{4} (1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}) \right)^2 + 8\alpha/\phi} \right) - \frac{1}{4} (1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}) > 0$$

$$\sqrt{\left( \frac{1}{4} (1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}) \right)^2 + 8\alpha/\phi} > \frac{3}{4} (1 + \sqrt{1 + 8\alpha/\phi})$$

Elevando la expresión anterior al cuadrado y desarrollando se tiene que:

$$4\alpha/\phi - 1 > \sqrt{1 + 8\alpha/\phi}$$

Elevando nuevamente a la segunda potencia y reordenando se obtiene:

$$\alpha/\phi [\alpha/\phi - 1] > 0 \quad (A22)$$

de (A22) se desprende que para  $\alpha/\phi > 1$  se cumple que  $n^*_{2L} > n^*_s$ . Ahora, considerando que en base a los supuestos del modelo para que exista mercado  $\alpha/\phi$  debe ser mayor que uno, entonces podemos decir que bajo el esquema de precios parcialmente uniformes la cobertura de la líder será mayor que la cobertura de la firma seguidora.

**PRUEBA 2:** Bajo el esquema de precios parcialmente uniformes, el precio que se ofrece en el tramo de competencia es menor que el de monopolio regulado,  $p^M > p^C$ .

$$p^M - p^C > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \left[ \alpha + \frac{\phi + \sqrt{\phi^2 + 8\alpha\phi}}{4} \right] - \frac{1}{3} \left( \alpha + \frac{1}{2} (\phi + \sqrt{\phi^2 + 8\alpha\phi}) \right) > 0$$

$$\frac{3}{6} \alpha + \frac{1}{8} (\phi + \sqrt{\phi^2 + 8\alpha\phi}) - \frac{2}{6} \alpha - \frac{1}{6} (\phi + \sqrt{\phi^2 + 8\alpha\phi}) > 0$$

$$\frac{1}{6}\alpha + \frac{3}{24}(\phi + \sqrt{\phi^2 + 8\alpha\phi}) - \frac{4}{24}(\phi + \sqrt{\phi^2 + 8\alpha\phi}) > 0$$

$$4\alpha > (\phi + \sqrt{\phi^2 + 8\alpha\phi})$$

$$4\alpha - \phi > \sqrt{\phi^2 + 8\alpha\phi}$$

elevando al cuadrado la expresión anterior:

$$\phi^2 + 8\alpha\phi < 16\alpha^2 - 8\alpha\phi + \phi^2$$

$$0 < \alpha^2 - \alpha\phi$$

$$0 < \alpha(\alpha - \phi)$$

Dados los supuestos del modelo sabemos que:  $\alpha > 0$  y además  $\alpha > \phi$  por lo tanto la proposición anterior se cumple.

### 2.3.- Precios Uniformes a través de las Localidades

Las firmas calculan primero las cantidades de Cournot para lo cual la firma líder resuelve el siguiente problema tomando " $y_S$ " como dado:

$$Max_{\{y_{1L}, y_{2L}\}} : \int_0^{n_S} [\alpha - \beta(y_{1L} + \bar{y}_S)] y_{1L} e^{-t} dt - \int_0^{n_S} \phi e^{2t} y_{1L} e^{-t} dt + \int_{n_S}^{n_{2L}} (\alpha - \beta y_{2L}) y_{2L} e^{-t} dt - \int_{n_S}^{n_{2L}} \phi e^{2t} y_{2L} e^{-t} dt$$

$$sa : \alpha - \beta(y_{1L} + \bar{y}_S) = \alpha - \beta y_{2L}$$

o equivalentemente:

$$Max_{\{y_{1L}\}} : [\alpha - \beta(y_{1L} + \bar{y}_S)] y_{1L} (1 - e^{-n_S}) - \phi e^{n_S} y_{1L} (1 - e^{-n_S})$$

$$+ [\alpha - \beta(y_{1L} + \bar{y}_S)] (y_{1L} + \bar{y}_S) (e^{-n_S} - e^{-n_{2L}}) - \phi e^{n_S + n_{2L}} (y_{1L} + \bar{y}_S) (e^{-n_S} - e^{-n_{2L}})$$

De las condiciones de primer orden,  $\partial \pi_L / \partial y_{1L} = 0$  se tiene:

$$\{y_{1L}\} : \{-\beta y_{1L} + \alpha - \beta(y_{1L} + y_S)\} (1 - e^{-n_S}) - \phi e^{n_S} (1 - e^{-n_S})$$

$$+ \{-\beta(y_{1L} + y_S) + \alpha - \beta(y_{1L} + y_S)\} (e^{-n_S} - e^{-n_{2L}}) - \phi e^{n_S + n_{2L}} (e^{-n_S} - e^{-n_{2L}}) = 0$$

manipulando y despejando " $y_{1L}$ ":

$$y_{1L}(y_S, n_S, n_{2L}) = \frac{1}{2\beta} \left\{ \alpha - \phi e^{n_{2L}} - \beta y_S \frac{(1 + e^{-n_S} - 2e^{-n_{2L}})}{(1 - e^{-n_{2L}})} \right\} \quad (A23)$$

Del mismo modo la firma seguidora encuentra sus cantidades de Cournot:

$$Max_{\{y_s\}}: \int_0^{n_s} [\alpha - \beta(\bar{y}_{1L} + y_s)] y_s e^{-t} dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} y_s e^{-t} dt$$

De las condiciones de primer orden,  $\partial \pi_s / \partial y_s = 0$  se tiene:

$$\{y_s\}: \{-\beta y_s + \alpha - \beta(y_{1L} + y_s)\}(1 - e^{-n_s}) - \phi(e^{n_s} - 1) = 0$$

manipulando y despejando "  $y_s$  ":

$$y_s(n_s, y_{1L}) = \frac{1}{2\beta} (\alpha - \phi e^{n_s} - \beta y_{1L}) \quad (A24)$$

a continuación se reemplaza (A24) en (A23) pero se debe restringir a que las cantidades sean siempre positivas, por lo que se tiene:

$$y_{1L}(n_s, n_{2L}) = MAX \left\{ 0, \frac{1}{\beta(3 - 2e^{-n_{2L}} - e^{-n_s})} \left\{ \alpha(1 - e^{-n_s}) + \phi(3 - 2e^{n_{2L}} + e^{n_s} - 2e^{n_s - n_{2L}}) \right\} \right\} \quad (A25)$$

y sustituyendo (A25) en (A24) se tiene:

$$y_s(n_s, n_{2L}) = \frac{(1 - e^{-n_{2L}})}{\beta(3 - 2e^{-n_{2L}} - e^{-n_s})} (\alpha - 2\phi e^{n_s} + \phi e^{n_{2L}}) \quad (A26)$$

la cantidad agregada esta dada por:  $y^A = y_{1L} + y_s = y_{2L}$ , esto es:

$$y^A = y_{2L}(n_s, n_{2L}) = \frac{1}{\beta(3 - 2e^{-n_{2L}} - e^{-n_s})} \quad (A27)$$

$$MAX \left\{ (1 - e^{-n_{2L}}) (\alpha - \phi e^{n_s} + \phi e^{n_{2L}}), \alpha(2 - e^{-n_s} - e^{-n_{2L}}) + \phi(2 - e^{n_{2L}} - e^{n_s}) \right\}$$

y a partir de (A27) se tiene que se tiene que para todas las localidades geográficas el precio estará dado por:

$$p(n_s, n_{2L}) = \alpha - \beta y^A$$

## **Etapa 2 del juego**

En esta etapa la firma seguidora elige una cobertura dada la cobertura del líder. Soluciona el siguiente problema:

$$Max_{\{n_s\}}: \int_0^{n_s} p(\bar{n}_{2L}, n_s) y_s(\bar{n}_{2L}, n_s) e^{-t} dt - \int_0^{n_s} \phi e^{2t} y_s(\bar{n}_{2L}, n_s) e^{-t} dt \quad ; n_{2L}, n_s > 0$$

o equivalentemente:



$$Max_{\{n_s\}}: \frac{1}{\beta} (1 - e^{-\bar{n}_{2L}})^2 (3 - 2e^{-\bar{n}_{2L}} - e^{-n_s})^{-2} (\alpha + \phi e^{\bar{n}_{2L}} - 2\phi e^{n_s})^2 (1 - e^{-n_s}) \quad ; n_{2L}, n_s > 0$$

de las condiciones de primer orden,  $\partial \pi_s / \partial n_s = 0$  se puede obtener:

$$\{n_s\}: -2e^{-n_s} (3 - 2e^{-n_{2L}} - e^{-n_s})^{-3} (\alpha + \phi e^{n_{2L}} - 2\phi e^{n_s})^2 (1 - e^{-n_s}) \\ + (3 - 2e^{-n_{2L}} - e^{-n_s})^{-2} \left[ -4\phi e^{n_s} (\alpha + \phi e^{n_{2L}} - 2\phi e^{n_s}) (1 - e^{-n_s}) + (\alpha + \phi e^{n_{2L}} - 2\phi e^{n_s})^2 e^{-n_s} \right] = 0$$

las soluciones de este polinomio no son triviales y la función de reacción  $n_s^*(n_{2L})$  resulta en una expresión analítica compleja que se exhibe a continuación en el Cuadro A1:

Cuadro A1  
Forma Analítica de la Función de Reacción del Seguidor

$$\begin{aligned}
 n^*s (n_{2L}) = & \frac{-2 + 7 e^{n_{2L}}}{6 (-2 + 3 e^{n_{2L}})} - (-4 (-2 + 7 e^{n_{2L}})^2 \varphi^2 + 12 (-2 + 3 e^{n_{2L}}) \varphi (2 \alpha - e^{n_{2L}} \alpha + 8 e^{n_{2L}} \varphi - e^{2n_{2L}} \varphi)) / \\
 & (6 2^{2/3} (-2 + 3 e^{n_{2L}}) \varphi \\
 & (-576 \alpha \varphi^2 + 4896 e^{n_{2L}} \alpha \varphi^2 - 9648 e^{2n_{2L}} \alpha \varphi^2 + 5400 e^{3n_{2L}} \alpha \varphi^2 - 128 \varphi^3 - 960 e^{n_{2L}} \varphi^3 + \\
 & 8832 e^{2n_{2L}} \varphi^3 - 13232 e^{3n_{2L}} \varphi^3 + 5400 e^{4n_{2L}} \varphi^3 + \\
 & \sqrt{((-576 \alpha \varphi^2 + 4896 e^{n_{2L}} \alpha \varphi^2 - 9648 e^{2n_{2L}} \alpha \varphi^2 + 5400 e^{3n_{2L}} \alpha \varphi^2 - 128 \varphi^3 - \\
 & 960 e^{n_{2L}} \varphi^3 + 8832 e^{2n_{2L}} \varphi^3 - 13232 e^{3n_{2L}} \varphi^3 + 5400 e^{4n_{2L}} \varphi^3)^2 + \\
 & 4 (-4 (-2 + 7 e^{n_{2L}})^2 \varphi^2 + 12 (-2 + 3 e^{n_{2L}}) \varphi (2 \alpha - e^{n_{2L}} \alpha + 8 e^{n_{2L}} \varphi - e^{2n_{2L}} \varphi))^3})^{1/3}) + \\
 & (-576 \alpha \varphi^2 + 4896 e^{n_{2L}} \alpha \varphi^2 - 9648 e^{2n_{2L}} \alpha \varphi^2 + 5400 e^{3n_{2L}} \alpha \varphi^2 - 128 \varphi^3 - 960 e^{n_{2L}} \varphi^3 + \\
 & 8832 e^{2n_{2L}} \varphi^3 - 13232 e^{3n_{2L}} \varphi^3 + 5400 e^{4n_{2L}} \varphi^3 + \\
 & \sqrt{((-576 \alpha \varphi^2 + 4896 e^{n_{2L}} \alpha \varphi^2 - 9648 e^{2n_{2L}} \alpha \varphi^2 + 5400 e^{3n_{2L}} \alpha \varphi^2 - 128 \varphi^3 - 960 e^{n_{2L}} \varphi^3 - \\
 & e^{n_{2L}} \varphi^3 + 8832 e^{2n_{2L}} \varphi^3 - 13232 e^{3n_{2L}} \varphi^3 + 5400 e^{4n_{2L}} \varphi^3)^2 + \\
 & 4 (-4 (-2 + 7 e^{n_{2L}})^2 \varphi^2 + 12 (-2 + 3 e^{n_{2L}}) \varphi (2 \alpha - e^{n_{2L}} \alpha + 8 e^{n_{2L}} \varphi - e^{2n_{2L}} \varphi))^3})^{1/3} / \\
 & (12 2^{1/3} (-2 + 3 e^{n_{2L}}) \varphi) ]
 \end{aligned}$$

## Etapa 2 del juego

En esta etapa la firma líder incorpora la función de reacción de la seguidora y escoge óptimamente su cobertura. El problema que soluciona la firma es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Max}_{\{n_{2L}\}}: & \int_0^{n_S} p(n_{2L}, n_S^*(n_{2L})) y_{1L}(n_{2L}, n_S^*(n_{2L})) e^{-t} dt - \int_0^{n_S} \phi e^{2t} y_{1L}(n_{2L}, n_S^*(n_{2L})) e^{-t} dt \\ & + \int_0^{n_S} p(n_{2L}, n_S^*(n_{2L})) y_{2L}(n_{2L}, n_S^*(n_{2L})) e^{-t} dt - \int_0^{n_S} \phi e^{2t} y_{2L}(n_{2L}, n_S^*(n_{2L})) e^{-t} dt \end{aligned}$$

A partir de la solución de este problema se obtiene una cobertura, " $n_{2L}$ ", óptima. Sustituyendo en  $n_S^*(n_{2L})$  se solucionan el par de coberturas  $\{n_{2L}^*, n_S^*\}$ . No fue posible llegar a una expresión analítica de  $n_{2L}^*$ , sin embargo, se han solucionado las coberturas óptima para los siguientes valores de parámetros:  $\alpha = 10$ ,  $\beta = 0.2$ ,  $\phi = 1$ .

Cuadro A2

Expresiones Analíticas para los Beneficios de las Firms

MONOPOLIOS	ESQUEMA REGULATORIO	BENEFICIOS FIRMAS	
	Precios Libres	$\pi = \frac{1}{4\beta} \int_0^n \frac{1}{e^t} (\alpha - \phi e^{2t})^2 dt$	
Precio Uniforme	$\pi = \frac{1}{4\beta} (\alpha - \phi e^{n^*})^2 (1 - e^{-n^*})$		
FOROS Y KIND	Firms eligen Cobertura y luego Cantidad	$\pi = \frac{1}{9\beta} (\alpha - \phi e^{n_c})^2 (1 - e^{-n_c})$	
	Regulador fija "N" Ex-Ante	$\pi = \frac{1}{9\beta} (\alpha - \phi e^{n^R})^2 (1 - e^{-n^R})$	
COMPETENCIA Y LICENCIAMIENTO SECUENCIAL	ESQUEMA REGULATORIO	BENEFICIOS SEGUIDOR	BENEFICIOS LIDER
	Precios Libres	$\pi_s = \frac{1}{9\beta} \int_0^{n_s} \frac{1}{e^t} (\alpha - \phi e^{2t})^2 dt$	$\pi_L = \frac{1}{9\beta} \int_0^{n_s} \frac{1}{e^t} (\alpha - \phi e^{2t})^2 dt$
	Precios Uniformes por Tramos	$\pi_s = \frac{1}{9\beta} (\alpha - \phi e^{n_s})^2 (1 - e^{-n_s})$	$\pi_L = \frac{1}{9\beta} (\alpha - \phi e^{n_s})^2 (1 - e^{-n_s}) + \frac{1}{4\beta} (\alpha - \phi e^{n_s + n_{BL}})^2 (e^{-n_s} - e^{-n_{BL}})$

Cuadro A3

Expresiones Analíticas para los Excedentes del Consumidor

MONOPOLIOS	ESQUEMA REGULATORIO	EXCEDENTE CONSUMIDOR
	Precios Libres	$EC = \frac{1}{8\beta} \int_0^n \frac{1}{e^t} (\alpha - \phi e^{2t})^2 dt$
Precio Uniforme	$EC = \frac{1}{8\beta} (\alpha - \phi e^{n^*})^2 (1 - e^{-n^*})$	
FOROS Y KIND	Firmas eligen Cobertura y luego Cantidad	$EC = \frac{2}{9\beta} (\alpha - \phi e^{n_c})^2 (1 - e^{-n_c})$
	Regulador fija "N" Ex-Ante	$EC = \frac{2}{9\beta} (\alpha - \phi e^{n^R})^2 (1 - e^{-n^R})$
COMPETENCIA Y LICENCIAMIENTO SECUENCIAL	ESQUEMA REGULATORIO	EXCEDENTE CONSUMIDOR
	Precios Libres	$EC = \frac{2}{9\beta} \int_0^{n_s} \frac{1}{e^t} (\alpha - \phi e^{2t})^2 dt$
	Precios Uniformes por Tramos	$EC = \frac{2}{9\beta} (\alpha - \phi e^{n_s})^2 (1 - e^{-n_s}) + \frac{1}{8\beta} (\alpha - \phi e^{n_s + n_{2L}})^2 (e^{-n_s} - e^{-n_{2L}})$

Cuadro A4

Expresiones Analíticas para el Bienestar

MONOPOLIOS	ESQUEMA REGULATORIO	BIENESTAR
	Precios Libres	$W = \frac{3}{8\beta} \int_0^n \frac{1}{e^t} (\alpha - \phi e^{2t})^2 dt$
Precio Uniforme	$EC = \frac{1}{8\beta} (\alpha - \phi e^{n^*})^2 (1 - e^{-n^*})$	
FOROS Y KIND	Firmas eligen Cobertura y luego Cantidad	$W = \frac{4}{9\beta} (\alpha - \phi e^{n_c})^2 (1 - e^{-n_c})$
	Regulador fija "N" Ex-Ante	$W = \frac{4}{9\beta} (\alpha - \phi e^{n^R})^2 (1 - e^{-n^R})$
COMPETENCIA Y LICENCIAMIENTO SECUENCIAL	ESQUEMA REGULATORIO	BIENESTAR
	Precios Libres	$W = \frac{4}{9\beta} \int_0^{n_s} \frac{1}{e^t} (\alpha - \phi e^{2t})^2 dt$
	Precios Uniformes por Tramos	$W = \frac{4}{9\beta} (\alpha - \phi e^{n_s})^2 (1 - e^{-n_s}) + \frac{3}{8\beta} (\alpha - \phi e^{n_s + n_{2L}})^2 (e^{-n_s} - e^{-n_{2L}})$

Figura A1

Diagrama de Banda Ancha sobre una Red de Telefonía Local

