Fusión Procompetitiva y Economías de Escala en el Mercado de AFPs*

Claudio Agostini, Eduardo Saavedra y Manuel Willington **

Diciembre, 2009

Resumen

Este trabajo cumple con dos objetivos principales. En primer lugar, se estima la función de costos de las administradoras de fondos de pensiones en Chile usando datos de panel desde 2000 a 2007. Se encuentran importantes economías de escala en la provisión de los servicios financieros, resultado que es consistente con otros estudios para este mismo mercado. En segundo lugar, basado en la evidencia econométrica y tomando como antecedente una fusión específica en este mercado, se muestra que la fusión de dos firmas medianas que conforman una de gran tamaño podría mejorar el bienestar social por la vía de incrementar la competencia en el mercado. Este último resultado depende de dos fuerzas que operan en sentido antagónico: menos firmas reducen la competencia en la industria, pero una firma más grande se comporta más agresivamente y así incrementa la competencia.

Palabras Clave : Fusiones, Economías de Escala, Bienestar Social, Fondos de Pensiones

Clasificación JEL : C33, D43, G23, L11, L13, L41

---

*Agradecemos la muy eficiente asistencia de Paola Góngora. Este artículo está basado en un informe financiado por ING Group a raíz de la fusión de su filial Santa María con Bansander en el año 2007. Sin embargo, todas las opiniones y conclusiones son de nuestra exclusiva responsabilidad.

**ILADES-Universidad Alberto Hurtado. Correspondencia a Erasmo Escala 1835, Santiago, Chile. Teléfono: (562)8897356. Fax: (562)6920303. E-mails: agostini@uahurtado.cl, saavedra@uahurtado.cl y mwilling@uahurtado.cl respectivamente.

1. Introducción

Los servicios financieros están experimentando una fuerte concentración en todo el mundo producto principalmente de fusiones horizontales, compras o alianzas estratégicas.[1] Los índices de concentración resultante en muchos de esos casos sobrepasan los límites establecidos en las guías de fusiones, razón por la cual las autoridades antimonopolios requieren realizar un análisis profundo de las ganancias en eficiencias. Entre dichas eficiencias, una de las más argumentadas en los procesos de fusiones son las economías de escala en la provisión de servicios financieros.

En este contexto, y aplicado al mercado de administradoras de fondos de pensiones (AFPs) en Chile, el aporte de este trabajo es doble. En primer lugar se estima econométricamente la función de costos de las empresas que administran los fondos de pensiones, tarea que se hace usando datos trimestrales de panel con información pública de estas empresas desde el año 2000 al 2007. Si bien no es el primer estudio que estima las economías de escala en este mercado, sí lo es en usar técnicas microeconométricas de estimación. Con distintos modelos y especificaciones empíricas, se encuentra que existe un grado importante de economías de escala en los gastos operacionales de las AFP, tanto para afiliados como para cotizantes. Las economías de escala encontradas en los gastos operacionales no son obviamente homogéneas en todos sus componentes, sino que son mayores en magnitud en los gastos de administración y en los de ventas y menores en los gastos de comercialización y de personal administrativo. Esta evidencia empírica es robusta a distintos modelos y especificaciones empíricas.

El segundo aporte es de este trabajo es proponer una metodología de evaluación de los pros y contras de un proceso de fusión que intensifique la competencia en la industria. El modelo teórico propuesto permite verificar si esta operación es beneficiosa para la sociedad, sea ésta medida por el excedente de los consumidores solamente o adicionalmente por el de las empresas. Se muestra que la fusión de dos firmas medianas que conforman una de gran tamaño podría mejorar el bienestar social por la vía de incrementar la competencia en el mercado. Este último resultado depende de dos fuerzas que operan en sentido antagónico: menos firmas reducen la competencia en la industria, pero una firma más grande se comporta más agresivamente y así incrementa la competencia. En concreto, se muestra que los impactos en bienestar de la fusión dependen del ratio entre el diferencial de costos entre firmas y el parámetro que mide la importancia en la diferenciación de los productos. Este ratio determina inequívocamente las participaciones de mercado, por lo tanto es posible calibrarlo a partir

[1] Cetorelli, et. al (2007), De Nicoló, et. al (2003), Gelos y Roldós (2004) y Rhoades (1996).

de las participaciones de mercado observadas. Se concluye que, para parámetros consistentes con participaciones de las dos mayores AFPs superiores al 51 % como es el caso en Chile, el excedente de los consumidores aumentaría mientras que el excedente de las firmas que no participan en la fusión disminuiría. Se encuentra además que la suma de estos dos efectos es positiva para los rangos relevantes del modelo. Como consecuencia, dado que quienes se fusionan se supone mejoran su situación, el efecto agregado en bienestar de esta operación es positivo.

Como las estimaciones econométricas y el modelo teórico desarrollados en este trabajo suponen una situación de *status quo* en la situación previa a la reforma previsional, es conveniente señalar los probables efectos de la reforma previsional aprobada en el año 2007. En particular, sus efectos sobre los costos de la industria y la intensidad de la competencia. Primeramente, la reforma exige la afiliación obligatoria al sistema de pensiones de todos los trabajadores, dependientes e independientes. La incorporación de estos últimos quedará completa el año 2014. El principal efecto de este cambio sería aumentar el número de afiliados y cotizantes en el sistema, lo cual aumentaría las economías de escala para las AFP existentes o potencialmente podría aumentar el tamaño del mercado para que exista una AFP adicional. Un segundo aspecto relevante de la reforma es la licitación anual de los nuevos afiliados al sistema previsional. Este proceso de licitación, si es bien diseñado y se generan los incentivos correctos, debiera aumentar la intensidad de la competencia en el mercado y puede facilitar la entrada de una nueva AFP. El tercer aspecto relevante consiste en la modificación al seguro de invalidez y sobrevivencia, el cual se licitará para todos los afiliados del sistema en conjunto, independiente de la AFP en la que estén afiliados. Como resultado, de acuerdo a Pablo (2007) el costo del seguro debiera bajar, constante todas las demás variables, lo cual disminuiría una fracción importante de los costos operacionales del sistema. Por último, se eliminan las comisiones que se descuentan del saldo de las cuentas individuales de los afiliados (por ejemplo, la comisión fija por depósito de cotizaciones y la comisión por transferencia del saldo entre AFPs) y las comisiones fijas que pueden cobrar las AFPs. Ambos cambios facilitan la comparación de comisiones por parte de los afiliados y pensionados, por lo que ambos efectos apuntan en la dirección de hacer más competitivo el mercado. En suma, el resultado esperado de las modificaciones aprobadas por el Congreso en el año 2007 debiera ser el de una mayor intensidad en la competencia en la industria de las AFP. Esto refuerza el potencial efecto procompetitivo que de acuerdo a nuestros resultados tiene la fusión de dos AFPs de tamaño medio, producto de las economías de escala que se generan.

El trabajo se ha estructurado de la siguiente manera. La sección 2 describe los elementos centrales del actual sistema previsional chileno, mostrándose que una de las características más importantes en la estructura de la industria ha sido su mayor concentración en los últimos diez años. La sección 3 hace un detallado análisis econométrico de los costos de la industria, para lo cual utiliza series trimestrales de datos de panel de todas las AFPs entre los años 2000 y 2007. Se encuentran fuertes economías de escala en la provisión del servicio de administración de los fondos de pensiones. Basado en la sección previa, la sección 4 desarrolla el modelo teórico y muestra los efectos sobre el bienestar de una fusión en este mercado. Se destaca como eje central de estas implicancias de bienestar el efecto real que tendría la fusión sobre el costo medio de operación de la nueva empresa fusionada. La sección 5 analiza la robustez de los principales resultados teóricos en dos dimensiones. Primeramente, se demuestra la existencia de un equilibrio de Nash asimétrico, de forma tal que la industria se puede configurar con empresas de diferente tamaño a pesar de compartir la misma tecnología de provisión del servicio. La segunda extensión analiza con una modelación alternativa las implicancias de bienestar de una fusión en este mercado. Finalmente, la sección 6 concluye.

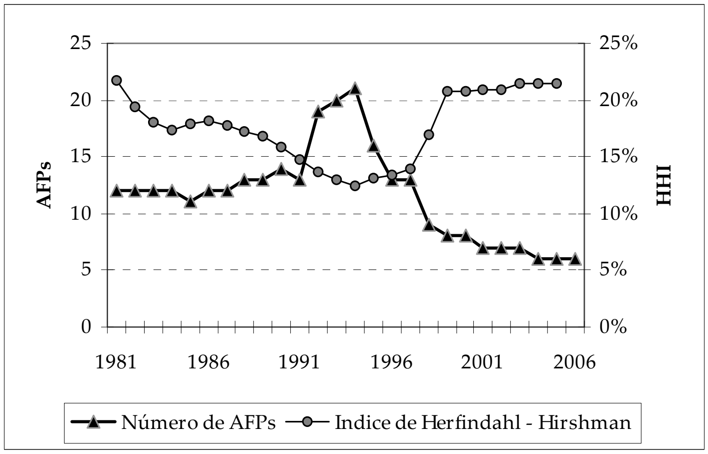
2. El Sistema y la Industria Previsional en Chile

Chile ha sido pionero en el desarrollo de sus sistemas previsionales. A principios del siglo pasado Chile implementó un sistema de reparto o *pay-as-you-go*. En 1980 se modificó el sistema previsional por uno de capitalización individual o *fully-funded-system*. Esta modificación no sólo afectó la seguridad social de los chilenos, sino que ha permitido la acumulación de recursos financieros significativos para ser invertidos en el mercado de capitales. Así, los fondos de pensiones acumulados al año 2006 equivalen al 60 % del PGB chileno; esto sin contar lo acumulado por las compañías de seguros de vida, industria que basa su desarrollo fuertemente en el nuevo sistema previsional.

El sistema previsional de capitalización individual impone una presión permanente sobre la autoridad para modernizar y profundizar el mercado de capitales, debido principalmente a que la falta de iniciativa en este ámbito tiene directa repercusión sobre la magnitud de las pensiones de los trabajadores. Fue así como con posterioridad a la recesión de 1982-1983 se introdujeron diversas reformas a la regulación de los inversionistas institucionales y al mercado de valores con el fin de fortalecer el sistema privado de pensiones, permitiéndose la inversión en instrumentos de riesgo. De igual modo, la reforma al mercado de capitales de 1993 fue la constatación de que la escasez de opciones de inversión para los fondos de pensiones estaba implicando una peligrosa concentración de los portafolios que afectaba la rentabilidad y aumentaba el riesgo de los fondos.

Como consecuencia de esas reformas al nuevo sistema previsional, la cartera de inversiones de los fondos de pensiones pasa de estar mayoritariamente concentrada en instrumentos de renta fija

Figura 2.1: Evolución de la Concentración de Mercado



del sector público y del Banco Central en los años 80s, a acciones e instrumentos de renta fija de empresas privadas domésticas en los años 90s. A fines de la década pasada la cartera de inversiones toma un giro hacia inversiones en el extranjero llegándose al año 2006 con inversiones en el extranjero que alcanzan a un 30 % del total de los fondos de pensiones.

Esta evolución de la industria, influida ciertamente por las regulaciones de la autoridad pertinente, ha configurado una estructura de la industria bastante más concentrada en los últimos años respecto de lo acontecido en el primer quinquenio de la década pasada. La Figura 2.1 entrega esta evolución, por número de administradoras a diciembre de cada año y el índice de concentración de Herfindahl-Hirshman o HHI. El índice HHI, basado en el tamaño de los fondos administrados creció fuertemente hacia fines de la década pasada, siendo el mayor impacto la caída de 13 a 9 AFPs en el año 1998 y luego la caída a 8 AFPs en 1999. Los aumentos de concentración en esos dos años fueron muy fuertes debido a la fusión de AFPs medianas o grandes (Summa con Bansander y Protección con Provida). Durante toda la década actual el índice se ha mantenido estable y por sobre el 20 %.

En cuanto a los prestadores de servicios en toda industria, los hay de dos tipos. Por un lado están las AFPs que prestan servicios a todos los trabajadores activos y a una fracción de los pensionados. Por otro lado, están las compañías de seguros que otorgan rentas vitalicias a algunos pensionados. En cuanto a las primeras, éstas entregan un paquete de servicios a los trabajadores activos consistente en: recaudación, seguro de invalidez y sobrevivencia, administración de la cartera de inversiones y la entrega y envío de información personal (cartolas trimestrales a cotizantes, cartolas anuales a no cotizantes, consultas previsonales). Adicionalmente, las AFP ofrecen cuentas de ahorro voluntario. Estos servicios son financiados mediante el pago de comisiones por parte de los afiliados que cotizan, lo cual implica la existencia de un subsidio cruzado hacia los afiliados que no cotizan ya que ellos siguen recibiendo los servicios de administración de fondos y envío de información.

El costo previsional mide el monto en pesos que un afiliado a una AFP debe pagar por la suma de servicios que recibe. El costo previsional, neto del seguro de invalidez, correspondiente a un mes t es el siguiente:

$$CPN_t = CFC_t + (CA_t - PS_t)\, RI_t$$

donde:

CFC: comisión fija por cotización

CA: cotización adicional

RI: remuneración imponible

PS: prima seguro de invalidez

El costo previsional bruto corresponde a considerar $PS = 0$ en la fórmula anterior.[2]

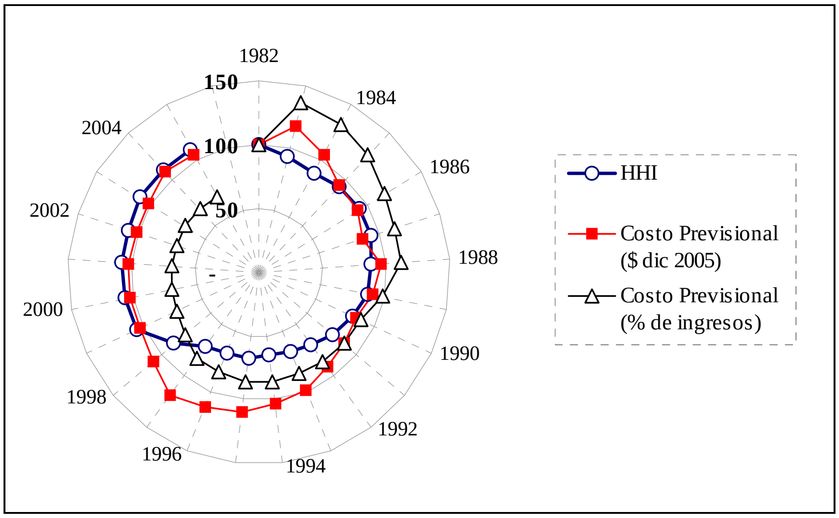
La Superintendencia de AFP publica anualmente los costos previsionales bruto y neto para un afiliado de ingreso promedio de todo el sistema previsional. Utilizando esa serie de datos y el índice de concentración de Hirschman-Herfindahl (HHI) se muestra a continuación la relación entre el aumento en la concentración de la industria y el costo previsional.

La Figura 2.2 muestra el costo previsional promedio medido en pesos reales de diciembre de 2005, este mismo costo medido como porcentaje del ingreso promedio imponible y el HHI para el período 1982-2005. Tal como se puede apreciar en la figura, no existe una relación evidente entre un aumento en la concentración y un aumento en el costo previsional promedio, cualquiera sea como este último haya sido medido. Hay períodos en que ambos bajan y períodos en que la concentración aumenta y el costo baja. El coeficiente de correlación de Pearson entre el HHI y el costo previsional medido en pesos constantes es de 0,022, el cual si bien muestra una asociación baja pero positiva entre las dos variables es estadísticamente no significativa. Adicionalmente, se observa que entre 1983 y 1995 la

[2] Si las AFPs cobraran comisiones sobre el saldo de la cuenta de capitalización individual, lo cual está prohibido por ley desde 1987, el costo previsional neto sería (donde CFS es la comisión fija por mantención de saldo, CVS es la comisión variable por mantención de saldo y F es el saldo acumulado):

$$CPN_t = CFC_t + CFS_t + \frac{CVS_t * F_t}{12} + (CA_t - PS_t)\, RI_t$$

Figura 2.2: Concentración y Costo Previsional



disminución en el grado de concentración fue acompañado de una baja en el costo previsional medido como porcentaje del ingreso imponible, pero a pesar del aumento en la concentración de la industria observado a partir de 1996, este costo previsional siguió bajando. Así, el coeficiente de correlación de Pearson en este segundo caso es de $-0{,}213$, pero nuevamente estadísticamente no significativo.

No es posible sacar conclusiones de causalidad alguna entre el grado de concentración y el costo previsional a partir de los coeficientes de correlación estimados. Sin embargo, se puede concluir que un aumento en la concentración no implica necesariamente un aumento en el costo previsional de los afiliados y que incluso dicho costo podría potencialmente bajar. Por ello, para conocer en mayor detalle el impacto que tiene una operación de concentración horizontal en los costos pagados por los afiliados al sistema, es necesario analizar en mayor detalle la estructura de costos de este mercado y las potenciales economías de escala existentes en cada uno de sus componentes.

3. Evidencia Empírica de Economías de Escala

Dentro de las ganancias en eficiencia de una fusión, las economías de escala pueden ser un argumento que incline la decisión en favor de la autorización de esta operación cuando ella misma genera un aumento en el poder de mercado de las empresas fusionadas. De allí la importancia de conocer empíricamente la estructura de costo y en particular las economías de escala que presenta la provisión del servicio en este mercado.

3.1. Costos de la Industria

El costo total de una AFP depende principalmente del número de afiliados que reciben servicios de recaudación y envío de información, de la cobertura del seguro de invalidez y del volumen de los servicios de administración de fondos. Sin embargo, diversos componentes de la estructura de costos se ven afectados en forma distinta por cada una de estas variables y por ello es relevante analizarlos en forma separada. Adicionalmente, tal como se muestra a continuación, la estructura de costos ha cambiado en algún grado durante los últimos años, adquiriendo mayor importancia el costo del seguro de invalidez y sobrevivencia y una relativa menor importancia el costo de fuerza de ventas.

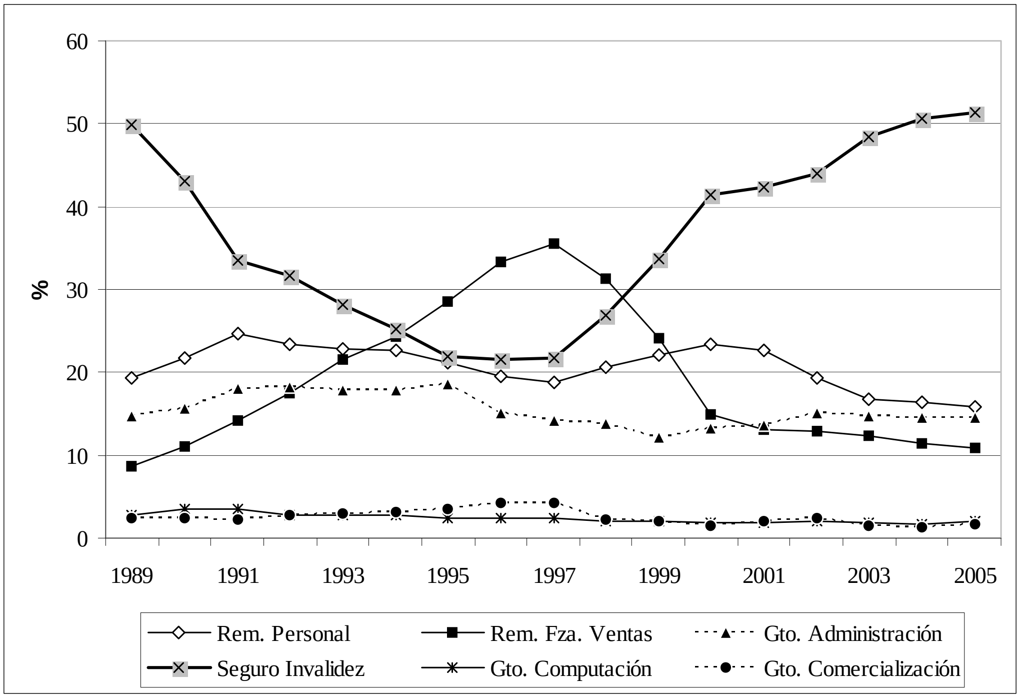
En general, los costos en equipos y capital de trabajo son bajos. De hecho, incluso un activo fijo como las sucursales se pueden potencialmente arrendar. Por ello el análisis de los costos de la industria se centrará en los costos operacionales.

La Figura 3.1 muestra los gastos operacionales de las AFP en 1990, 2000 y 2005 en millones de pesos de diciembre de 2005. Se observa que los gastos de remuneraciones en personal y en fuerza de ventas ha disminuido en términos absolutos durante los últimos 15 años. Sin embargo, tanto los costos de administración como los de primas del seguro de invalidez han aumentado en los últimos 5 años, lo cual cambia la estructura de costos de las AFP. Una mejor forma de analizar este cambio en el tiempo consiste en considerar la composición de los costos operacionales totales en lugar de los montos de cada uno uno de sus componentes.

Figura 3.1: Gastos Operacionales (millones de pesos de diciembre de 2005)

Gastos Operacionales	1990	2000	2005
Remuneraciones Personal	97629	63628	47526
Remuneraciones Fuerza Ventas	49587	40547	32918
Remuneraciones Directorio	1301	1101	884
Gastos Comercialización	10712	3852	4936
Gastos Computación	15596	4954	5824
Gastos Administración	70354	36015	43717
Depreciación	9117	5782	4599
Amortización	495	957	1799
Primas Seguro Invalidez	193862	112358	154432
Otros	1953	2670	4012
Total Gastos Operacionales	450605	271864	300647

Figura 3.2: Composición de Gastos Operacionales



La Figura 3.2 muestra la composición de los principales gastos operacionales de la industria de AFP en Chile y su evolución para el período 1989-2005.[3]

Tal como se puede ver en la figura, actualmente el mayor gasto operacional corresponde a las primas del seguro de invalidez, las cuales han aumentado sistemática y significativamente como fracción de los gastos desde 1997. Por otro lado, el gasto en remuneraciones de la fuerza de ventas alcanzó su máximo como porcentaje de los gastos en 1997 y ha caído sistemáticamente desde entonces. El resto de los gastos operacionales más importantes se ha mantenido relativamente estable a lo largo del tiempo, siendo dentro de estos los de remuneraciones del personal y administración los más significativos en la estructura de costos.

Con el objetivo de tener una mejor idea respecto a la importancia que tiene cada componente de gasto, la Figura 3.3 entrega la estructura de gastos operacionales promedio para todo el período

[3]Si bien los datos están disponibles desde 1982, a partir de 1988 la prima de seguro de invalidez se contabiliza por separado. En 1988, sin embargo, gran parte se contabilizó en otros gastos operacionales que representaron 49.58 % de los gastos operacionales ese año y las primas de seguro representaron sólo el 1.9 %. Por ello se considera que la serie es comparable sólo a partir de 1989.

Figura 3.3: Estructura de Gastos Operacionales

Gasto	1989-2005	Últimos 10 años	Últimos 5 años
Remuneraciones Personal	20.66	19.55	18.21
Remuneraciones Fuerza Ventas	19.16	19.99	12.14
Remuneraciones Directorio	0.35	0.36	0.35
Gastos Comercialización	2.48	2.29	1.75
Gastos Computación	2.37	1.98	1.86
Gastos Administración	15.41	14.11	14.52
Depreciación	2.14	2.03	1.88
Amortización	0.38	0.40	0.40
Primas Seguro Invalidez	36.18	38.18	47.33
Otros	0.87	1.11	1.56

1989-2005, para los últimos 10 años y para los últimos 5 años.El principal componente de los gastos operacionales de las AFP durante todo el período es el costo que tiene el seguro de invalidez, el cual representó, en promedio, el 38.2 % de los gastos operacionales en los últimos 10 años y el 47.3 % en los últimos 5 años.

Los otros componentes importantes de los gastos operacionales corresponden a las remuneraciones al personal, las remuneraciones a la fuerza de ventas y los gastos de administración, que representaron un 18,2 %, 12,1 % y 14,5 % de los gastos operacionales promedio en los últimos 5 años.

El costo del seguro de invalidez no depende, en general, del número de afiliados sino que más bien de la composición de la cartera de afiliados. Por ello, no existen economías de escala en este componente de los costos ya que el costo unitario se ve afectado principalmente por el nivel de remuneración imponible, la edad y el sexo de la cartera de afiliados de una AFP.

Los costos administrativos de una AFP tienen un fuerte componente de costo fijo por afiliado, lo cual limita las economías de escala en este componente de los costos. Sin embargo, los gastos administrativos varían con el número de afiliados y no dependen fundamentalmente del volumen de fondos o el nivel promedio de sueldo de los afiliados, si bien algunos componentes menores pueden ser fuertemente afectados por el tamaño del fondo.

Los costos de la gestión financiera de una AFP, de acuerdo a Valdés (2005), en su mayor parte son fijos, ya que una fracción menor de dichos costos varía con el volumen de fondos administrados. Los costos variables consisten en los costos de custodia y comisiones de corretaje de bolsa, en los cuales las AFP tienen descuentos por volumen. En el corretaje en bolsas chilenas no hay mayores descuentos. Sin embargo, hay una disminución de 15 puntos base para el fondo (no para la administradora) en corretaje internacional.

Adicionalmente, existe un costo variable asociado al encaje, regulación que exige a las AFP adquirir y mantener en su activo el 1 % de las cuotas de cada multifondo que administra. Las estimaciones de Marinovic y Valdés (2004) son que los costos variables de la gestión financiera de una AFP no superan el 0,02 % al año. Por otro lado, los costos fijos de la gestión financiera corresponden a las remuneraciones de los profesionales de finanzas e inversiones, las asesorías legales, los estudios financieros y las suscripciones a fuentes de información especializada. Estos costos fijos aumentan con el número de fondos gestionados, el número de límites de inversión y las restricciones a la cartera impuestas regulatoriamente. Es así como la existencia de multifondos aumenta los costos de gestión financiera, ya que se requiere un número mayor de profesionales con distinto perfil. Por ejemplo, los profesionales requeridos para administrar el fondo A, de mayor riesgo, son muy distintos que los requeridos para administrar el fondo E, de menor riesgo.

Respecto a la regulación, Arrau y Chumacero (1998) muestran que los fondos grandes están más afectados que los fondos pequeños en sus decisiones de administración de cartera debido a las restricciones legales. Existen restricciones que son independientes del tamaño del fondo, como el límite máximo porcentual en cartera de renta variable, y restricciones directamente relacionadas con el tamaño del fondo, como las restricciones por emisor asociadas a la participación accionaria. Este segundo tipo de restricciones afecta a los fondos de tamaño grande disminuyendo su capacidad para elegir libremente una combinación riesgo-retorno eficiente. La regulación de rentabilidad mínima afecta en mayor proporción a los fondos pequeños ya que influyen mucho menos en la rentabilidad promedio del sistema.

Finalmente, el costo comercial en que incurre una AFP consiste en los gastos necesarios para mantener a los actuales afiliados y atraer nuevos afiliados. Para ello el costo fijo mayor es la instalación de una fuerza de ventas, el sueldo fijo de la fuerza de ventas, el marketing y las sucursales (donde se incurre en gastos de luz, teléfonos, salas de ventas). El personal de la fuerza de ventas consiste en los vendedores, que reciben además del sueldo fijo una comisión y premios por los traspasos de afiliados desde otras AFPs, y en mantenedores, cuyo objetvio específico es impedir que los afiliados de ingresos más altos se cambien a otra AFP. Los datos recibidos por parte de ING señalan que se requiere un mantenedor por cada 3.000 afiliados que cotizan por más de $600 mil en una misma zona geográfica.

Desde el punto de vista de las economías de escala en la comercialización, estas existen, por un lado, en la capacitación y supervisión de vendedores y en el apoyo publicitario. Por otro lado, los gastos de marketing no dependen del número de afiliados sino que de la composición de la cartera de afiliados.

3.2. Economías de Escala

De la discusión de la estructura de costos de la sección anterior, es posible señalar que las economías de escala que se producirían al aumentar el número de afiliados o de cotizantes por parte de una AFP corresponden principalmente a los componentes de administración y comercialización. Adicionalmente, hay algunas economías de escala en los costos de administración que dependen del volumen de fondos administrados. Para el caso de Estados Unidos, existe evidencia respecto a estas economías de escala y las estimaciones empíricas al respecto muestran elasticidades costo-activos entre $0,423$ y $0,871$ (Baumol et al., 1990).

Existe poca evidencia empírica para Chile respecto a la magnitud que pueden tener las economías de escala en los costos de una AFP. Donoso (1997) calcula para 1995 y 1996 el gasto promedio anual por afiliado para 12 de las 13 AFPs existentes en ese período. El gasto se mide en UF y se calcula como el gasto operacional menos el costo del seguro de invalidez y sobrevivencia y los costos de venta y comercialización, dividido por el número de cotizantes promedio. Los resultados muestran para 1995 que el menor gasto por afiliado es de 1,4 UF y corresponde a la AFP Provida que era la que tenía el mayor número de cotizantes (935.661). Por otro lado, el mayor gasto es de 8,1 UF y corresponde a la AFP Fomenta, que era la que tenía el menor número de cotizantes (8.371). Similares resultados se encuentran para 1996. Estos resultados, junto a la observación de que no hay evidencia de que el menor costo esté asociado a una menor calidad de servicio, lleva al autor a concluir de que "hay gravitantes economías de escala". Estimaciones de costo realizadas por Marinovic y Valdés (2004) muestran que el costo marginal de servir a un cotizante era de $500 al mes para una AFP grande, excluyendo la prima de seguro de invalidez y sobrevivencia. El costo de servir a un no cotizante sería de $300 al mes (es más barato porque no requiere servicios de recaudación ni seguros ni dos cartolas al año).

La pregunta empírica relevante para el caso de Chile se refiere a la magnitud de las economías de escala en los gastos operacionales de las AFP en general, y en los gastos de adminsitración y comercialización en particular. Para responder a estas preguntas, se presenta en la siguiente sección un análisis econométrico de costos.

3.3. Análisis Econ´ometrico de Economías de Escala

Utilizando los datos publicados por la Superintendencia de AFP se realiza a continuación un análisis empírico del impacto que tiene el número de afiliados sobre los costos operacionales de las AFP. Para ello se utilizan los datos trimestrales de cada AFP para el período 2000-2007. Durante este período ocurrieron dos fusiones de AFP. En enero de 2001 se fusionaron AFP Aporta Fomenta con AFP Magister y en marzo de 2004 se fusionaron AFP Magister con Planvital. A partir de esa fecha, hay seis AFPs en el mercado: Bansander, Cuprum, Habitat, Planvital, Provida y Santa María.

La Figura 3.4 muestra los resultados de las estimaciones para los gastos operacionales totales utilizando una regresión de Mínimos Cuadrados Ordinarios con errores robustos calculados utilizando el estimador de White para la matriz varianza-covarianza. Las variables son estadísticamente significativas al 95 % de confianza y el ajuste de los datos es bastante razonable para un panel no balanceado de 29 períodos con un promedio de 9 unidades seccionales, con un R^2 entre 0,28 y 0,44 y un estadístico F entre 57,9 y 82,8.

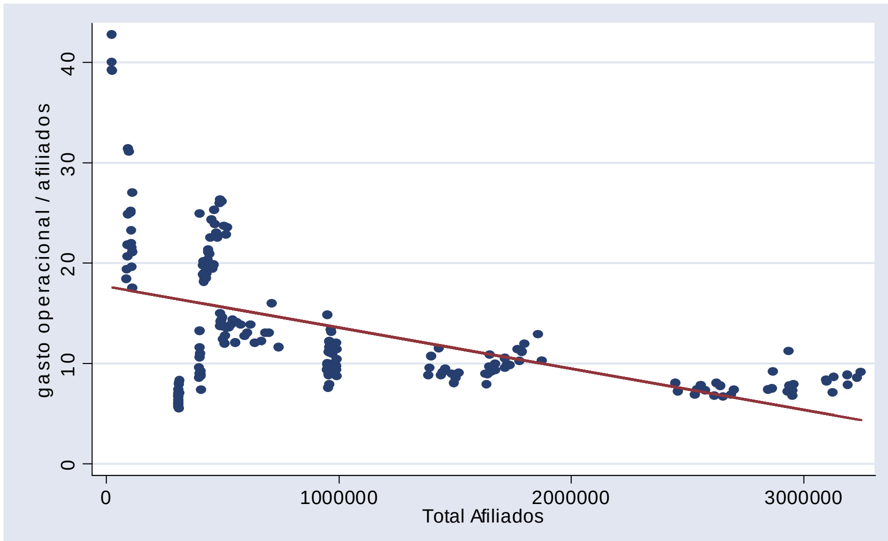
Figura 3.4: Regresiones Gasto Operacional

Variable Dependiente	*Gasto Operacional / # Afiliados*		*Gasto Operacional / # Cotizantes*	
Constante	17.6636	21.6343	35.8458	40.5679
Afiliados	-0.0000041	-0.0000135		
Afiliados^2		3.06e-12		
Cotizantes			-0.0000163	-0.0000424
Cotizantes^2				2.07e-11
Observaciones	194	194	194	194
F	82.76	57.889	108.08	75.249
R^2	0.2769	0.3774	0.3711	0.4407

Las regresiones se estimaron utilizando el número de afiliados de cada AFP y posteriormente el número de cotizantes. Adicionalmente, se incluyen estas variables al cuadrado para considerar la posibilidad de que los efectos de escala sean no lineales. En todos los casos los resultados muestran un grado importante de economías de escala, ya que el costo medio cae al aumentar tanto el número de afiliados como el número de cotizantes. En el caso de los afiliados, la estimación muestra que en promedio, dejando todo lo demás constante, un aumento de 1.000 afiliados disminuye en costo operacional medio entre \$4,1 y \$13,5. En el caso de los cotizantes, un aumento de 1.000 afiliados reduciría, en promedio, el costo operacional por cotizante entre \$16,3 y \$42,4.

La Figura 3.5 muestra el ajuste de la regresión estimada para el modelo de especificación lineal con número de afiliados totales.

Figura 3.5: Especificación Lineal: Gasto Operacional Medio



La Figura 3.6 muestra el ajuste de la regresión estimada utilizando una especificación no lineal con el número de afiliados totales.

La Figura 3.7 muestra los resultados de las estimaciones para el gasto en personal administrativo de las AFP. Al igual que en el caso anterior, y en todas las regresiones siguientes que se presentan en esta sección, la estimación se realizó con Mínimos Cuadrados Ordinarios y errores robustos tipo White. Todas las variables son estadísiticamente significativas con un 95 % de confianza y el R^2 se encuentra entre 0,14 y 0,25, reflejando un ajuste razonable a los datos. Los resultados muestran también en este caso la presencia de economías de escala tanto respecto al número de afiliados totales como al número de cotizantes, si bien los ordenes de magnitud son mayores para el caso de cotizantes. En promedio, un aumento de 1.000 afiliados reduciría los gastos medios en personal administrativo entre \$0,6 y \$2,3, dejando todo lo demás constante. Un aumento de 1.000 cotizantes, reduciría el gasto medio en personal administrativo entre \$2,1 y \$7,3.

La Figura 3.8 muestra el ajuste de la regresión lineal estimada para el total de afiliados.

La Figura 3.9 muestra el ajuste de la regresión estimada con una especificación no lineal para el número total de afiliados.

La Figura 3.10 muestra el resultado de las estimaciones para los gastos medios de administración.

Figura 3.6: Especificación No Lineal: Gasto Operacional Medio

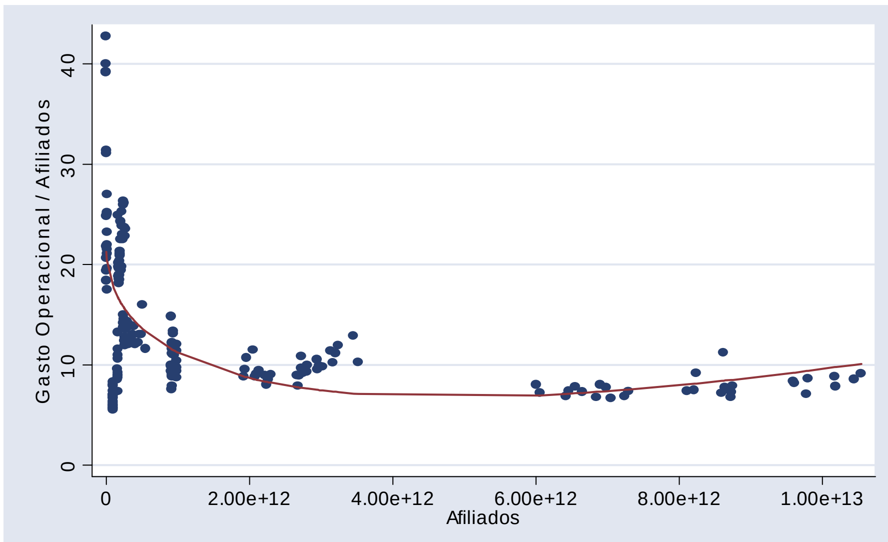


Figura 3.7: Regresiones Gasto Personal Administrativo

Variable Dependiente	Gasto Personal Administrativo # Afiliados		Gasto Personal Administrativo # Cotizantes	
Constante	2.876759	3.588949	5.831176	6.775706
Afiliados	-5.68e-07	-0.00000226		
Afiliados^2		5.50e-13		
Cotizantes			-0.0000021	-0.00000731
Cotizantes^2				4.14e-12
Observaciones	194	194	194	194
F	41.56		43.19	
R^2	0.1553	0.2497	0.1364	0.1986

Figura 3.8: Especificación Lineal: Gasto Personal Administrativo Medio

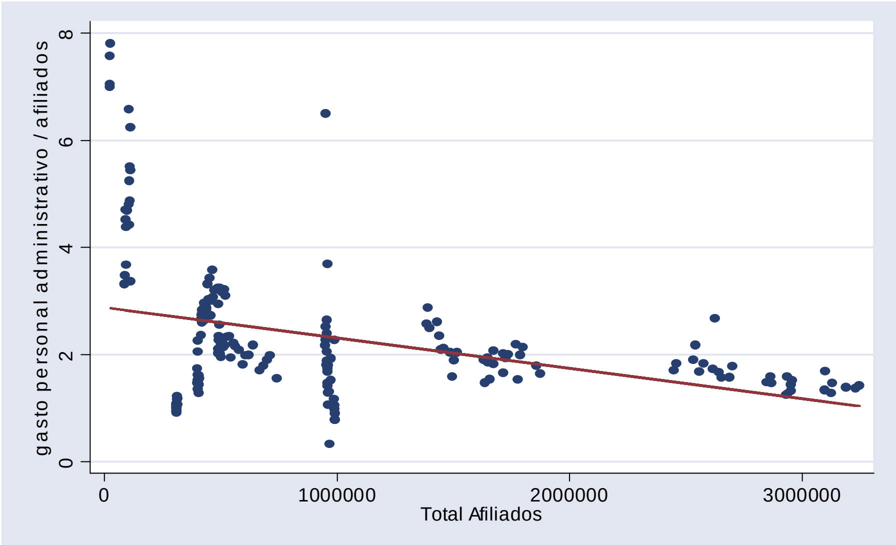
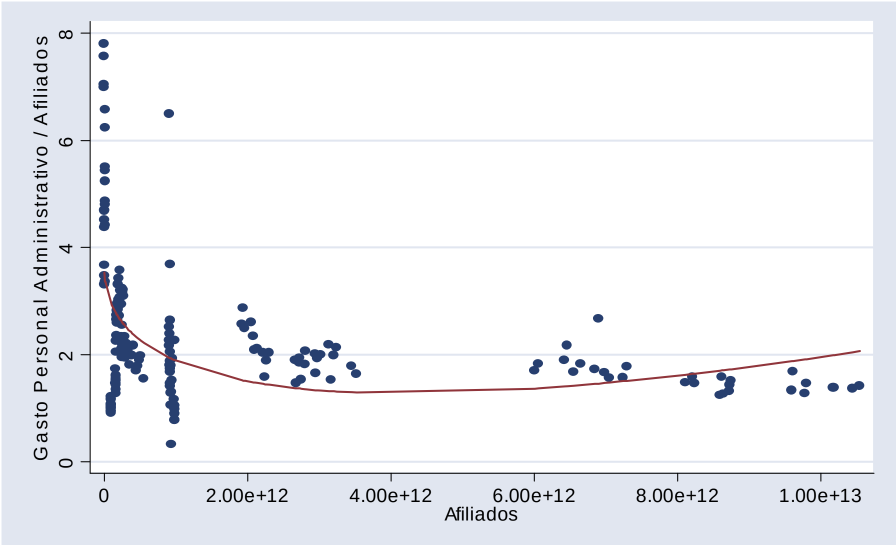


Figura 3.9: Especificación No Lineal: Gasto Personal Administrativo Medio



Al igual que en las estimaciones anteriores se estiman los efectos que tiene tanto la escala de afiliados como la escala de cotizantes. El grado de ajuste de las regresiones es bastante bueno, con un R^2 entre 0,34 y 0,56, y con todas las variables estadísticamente significativas.

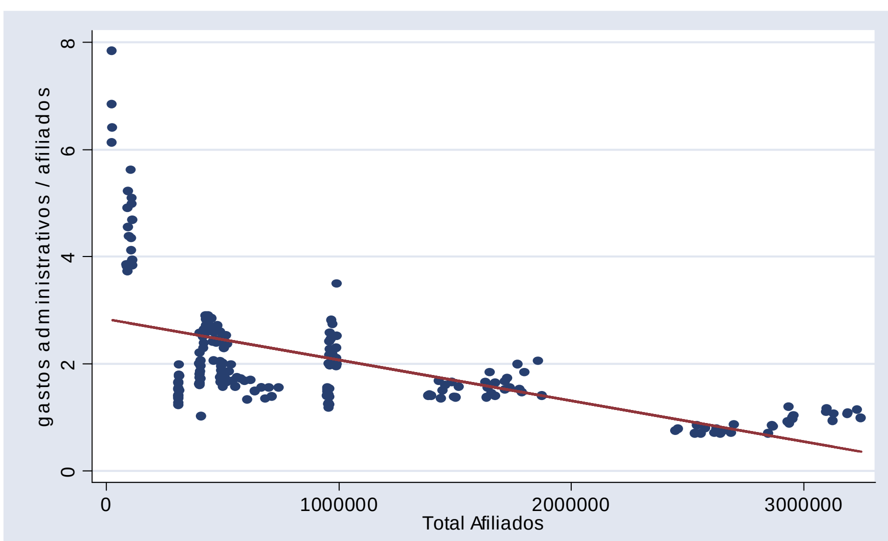
Los resultados de la estimación muestran que, en promedio, un aumento de 1.000 afiliados reduciría el gasto en administración por afiliado entre \$0,8 y \$2,4, todo lo demás constante. Por otro lado, un aumento de 1.000 cotizantes disminuiría entre \$3,8 y \$10,8 el gasto en administración por cotizante.

Figura 3.10: Regresiones Gastos en Administración

Variable Dependiente	Gastos Administración # Afiliados		Gastos Administración # Cotizantes	
Constante	2.832276	3.521512	6.163836	7.430543
Afiliados	-0.000000763	-0.0000024		
Afiliados^2		5.32e-13		
Cotizantes			-0.00000375	-0.0000108
Cotizantes^2				5.56e-12
Observaciones	194	194	194	194
F	96.6		179.05	
R^2	0.3413	0.4491	0.4504	0.5645

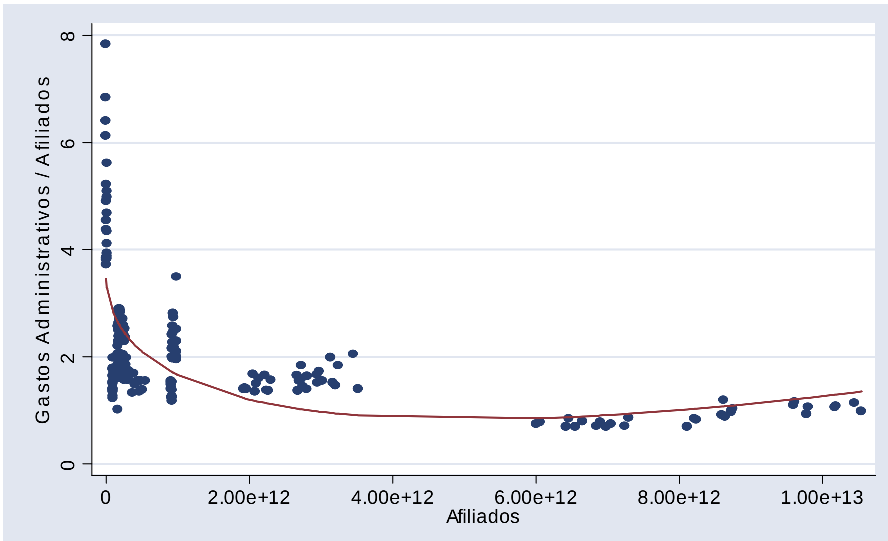
La Figura 3.11 muestra el ajuste de la estimación lineal para el total de afiliados.

Figura 3.11: Especificación Lineal: Gasto Administrativo Medio



La Figura 3.12 muestra el ajuste de la especificación no lineal para el volumen total de afiliados.

Figura 3.12: Especificación No Lineal: Gasto Administrativo Medio



La Figura 3.13 muestra los resultados de las estimaciones para los gastos de ventas. Todas las variables son significativas al 95 % y el R^2 se encuentra entre 0,35 y 0,65, reflejando una buena explicación de la variación en los datos. Los resultados muestran que un aumento de 1.000 afiliados reduce en promedio los gastos de venta por afiliado entre \$1 y \$3,8. Un aumento de 1.000 cotizantes, por otro lado, reduciría el gasto medio de ventas entre \$4,9 y \$14,4, todo lo demás constante.

Figura 3.13: Regresiones Gasto de Ventas

Variable Dependiente	*Gasto Ventas / # Afiliados*		*Gasto Ventas / # Cotizantes*	
Constante	3.154831	4.312939	6.513635	8.241916
Afiliados	-0.00000106	-0.0000038		
$Afiliados^2$		8.94e-13		
Cotizantes			-0.00000485	-0.0000144
$Cotizantes^2$				7.58e-12
Observaciones	194	194	194	194
F	99.74	51.899	173.86	176.81
R^2	0.3521	0.5160	0.5066	0.6493

La Figura 3.14 muestra el ajuste de la regresión lineal de gasto de ventas para los afiliados totales. La Figura 3.15 muestra la especificación no lineal para los afiliados totales.

Figura 3.14: Especificación Lineal: Gasto Medio de Ventas

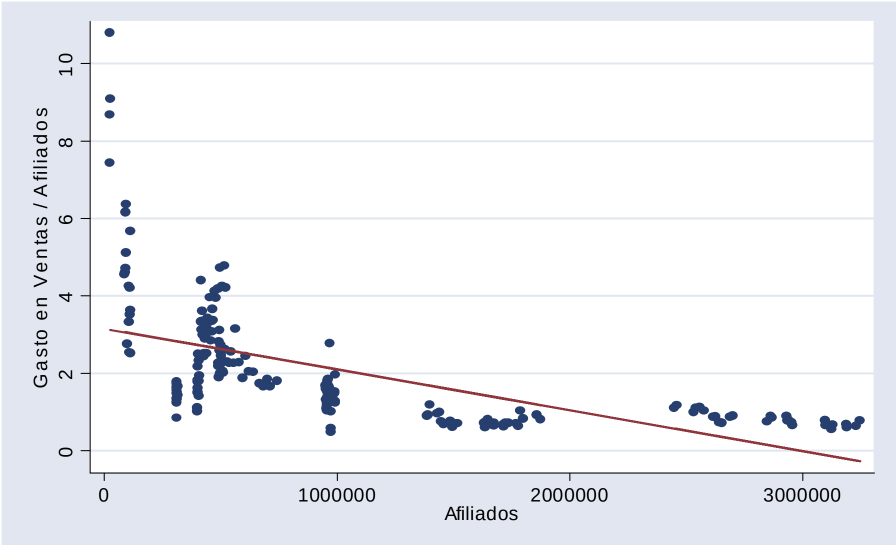
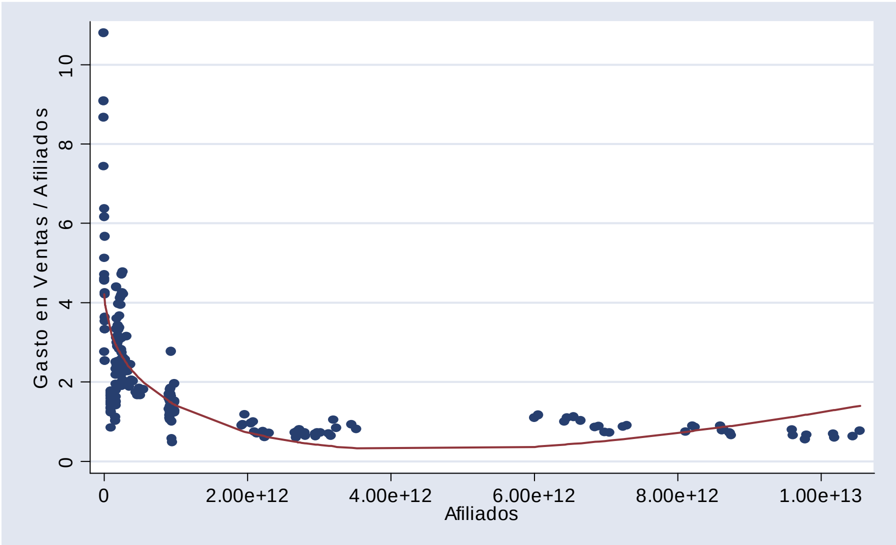


Figura 3.15: Especificación No Lineal: Gasto Medio de Ventas



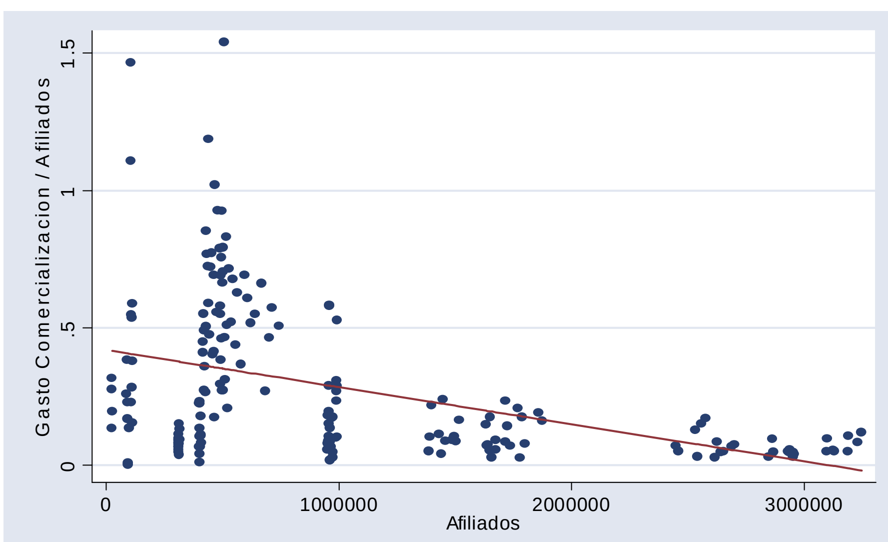
La Figura 3.16 presenta los resultados de las estimaciones para los gastos medios de comercialización. Todas las variables son estadísiticamente significativas al 95 % y la explicación de la variación de los datos es razonable, con un R^2 entre 0,15 y 0,45. El resultado de las estimaciones muestra que un aumento de 1.000 afiliados reduciría el gasto medio en comercialización entre \$0,14 y \$0,21, todo lo demás constante. Un aumento de 1.000 cotizantes disminuiría el gasto medio de comercialización entre \$0,15 y \$0,5.

Figura 3.16: Regresiones Gastos de Comercialización

Variable Dependiente	*Gastos Comercialización # Afiliados*		*Gastos Comercialización # Cotizantes*	
Constante	0.4189542	0.451242	0.7898171	0.6687961
Afiliados	-0.000000135	-0.000000212		
Afiliados^2		2.49e-14		
Cotizantes			-0.000000516	0.000000154
Cotizantes^2				-5.31e-13
Observaciones	194	194	194	194
F	79.67	21.995	66.87	78.089
R^2	0.1832	0.1872	0.1526	0.44985

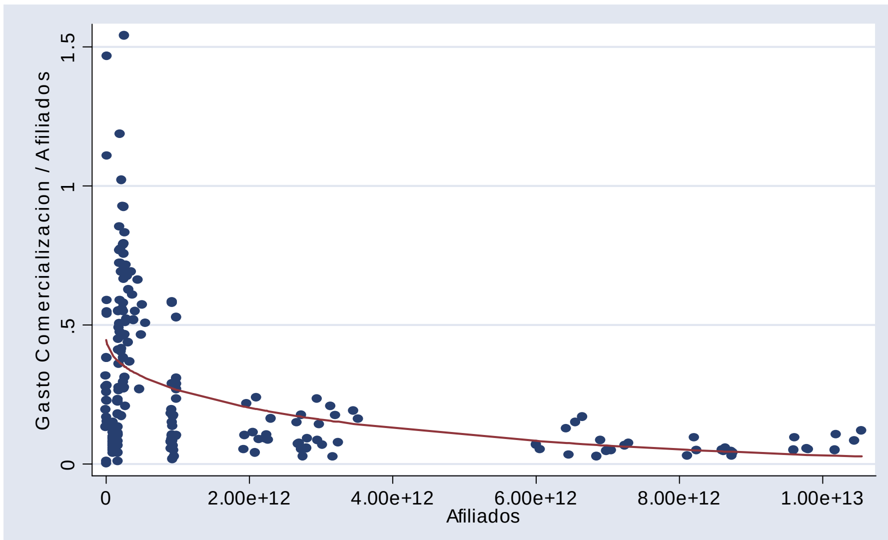
La Figura 3.17 muestra el ajuste de la regresión lineal para el caso de los afiliados.

Figura 3.17: Especificación Lineal: Gastos de Comercialización



La Figura 3.18 muestra el ajuste a los datos de la especificación no lineal para el caso del total de afiliados.

Figura 3.18: Especificación No Lineal: Gastos de Comercialización



Finalmente, es importante señalar que las regresiones básicas que se han presentado en esta sección podrían tener potencialmente un sesgo importante de variables omitidas, como el saldo promedio de los fondos de cada afiliado en una AFP por ejemplo. En particular, es posible que exista un grado de heterogeneidad no observada importante entre las distintas AFP. Adicionalmente, pueden existir efectos temporales no observados que afecten los costos medios de la industria.

Con el objeto de verificar la robustez de los resultados básicos se estimaron adicionalmente otros modelos incluyendo el saldo promedio, variables dummies trimestrales y variables dummies anuales. Adicionalmente, se estimaron las regresiones con técnicas de panel para efectos fijos, de tal forma de controlar por la heterogeneidad no observada. Los resultados de estas estimaciones mostraron nuevamente la presencia de economías de escala, tanto respecto al número de afiliados como al número de cotizantes.

En el Apéndice A se muestran los resultados de las estimaciones al agregar los saldos promedio, *dummies* anuales y la estimación de efectos fijos.[4] Los resultados muestran que al incluir el efecto de

[4] Las *dummies* trimestrales nunca resultaron significativas y el resto de los coeficientes permaneció inalterado al incluirlas, por lo que no fueron consideradas en las especificaciones finales. Adicionalmente, en el caso de la estimación con efectos fijos, los efectos no lineales del número de afiliados y del número de cotizantes nunca resultaron

los saldos promedio en las variables explicativas, la reducción en los costos medios operacionales al aumentar en 1.000 afiliados se encuentra entre $3,6 y $14,2, todo lo demás constante. Por otro lado, un aumento de 1.000 cotizantes, reduce en promedio los costos operacionales por cotizante entre $16,2 y $51,7. Por último, la regresión con efectos fijos y dummies anuales muestra que un aumento de 1.000 afiliados reduciría en $4,7 los costos medios operacionales y un aumento de 1.000 afiliados los reduciría en $23,6.

4. Modelo

Suponemos en que las empresas utilizan el precio a cobrar por su servicio como la variable estratégica, pero además han logrado diferenciar su servicio de forma tal que se analiza un mercado con competencia imperfecta. El suponer que la competencia subyacente en el mercado previsional parece más cercana a una de Bertrand con bienes diferenciados tiene respaldo teórico y empírico en el trabajo de Sutton (1991; 1998) y Symeonides (2002). Basados en Kreps y Schenkman (1983), plantean estos autores que industrias en donde sean más importantes los costos hundidos estratégicamente utilizados por las empresas para diferenciar productos o generar marca, como serían sus inversiones en publicidad por ejemplo, se genera ex-post una competencia más fuerte en precios. Las empresas rentarían en equilibrio por la vía de diferenciar sus productos para recuperar precisamente esas inversiones.[5]

Se demuestra que el efecto final en el bienestar de los consumidores depende de la magnitud de dos efectos contrapuestos: la menor competencia debido al menor número de empresas versus la mayor agresividad en la competencia del nuevo actor con menores costos. Por el lado de las firmas, el efecto final en los beneficios agregados surge también de sumar dos efectos en direcciones opuestas: el menor número de firmas significa que cada una tiene un mayor poder de mercado que le permitiría obtener mayores beneficios, pero los menores costos de la firma fusionada hacen esta competencia potencialmente más intensa y podría reducir los beneficios.

---

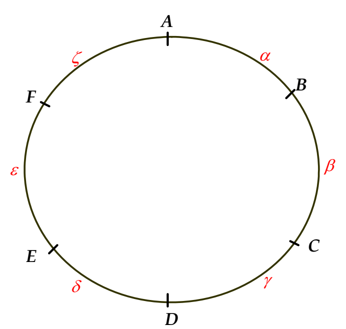
estadísticamente distintos de cero.

[5]Se podría argumentar que la competencia en precios no es correcta en tanto los afiliados miran aspectos como la rentabilidad esperada. Consideramos que nuestra variable "precio" contiene los costos pagados por los usuarios, relativos a los beneficios esperados de sus decisiones.

4.1. Supuestos y Equilibrios

Supongamos que una cierta masa de trabajadores que (obligatoriamente) demandan el servicio de administración de sus fondos de pensiones están uniformemente distribuidos en una circunferencia de perímetro igual a 12. Supongamos además, sin pérdida de generalidad, que todos estos demandantes tienen el mismo ingreso y por lo tanto el ahorro es el mismo para todos e igual a 1. Por simplicidad, y dado que no se pretende estimar estos modelos econométricamente, se supone que en el escenario pre-fusión compiten cuatro AFPs pequeñas (y, por lo tanto, de costo marginal alto) y dos grandes de menor costo marginal. En el escenario post-fusión compiten sólo cinco AFPs, tres grandes y dos pequeñas. Las AFPs se ubican en los siguientes puntos (equivalentes a un reloj): AFP A se ubica en 0 (o 12), AFP B en 2 y así equidistantemente hasta la AFP F que se ubica en 10. El que la ubicación sea equidistante rescata el hecho de que a priori no hay beneficios de estar en una versus otra AFP, todas entregarían la misma rentabilidad esperada para los fondos que administran. La Figura 4.1 ilustra este modelamiento.

Figura 4.1: Modelo Circular de Seis Firmas



Supondremos además que el costo de proveer la administración de los fondos de pensiones para cada AFP j es $\underline{F} + \underline{c} \cdot q_j$ para las administradoras $j = A, D$; mientras que ese costo es $\overline{F} + \overline{c} \cdot q_j$ para las demás AFPs, siendo $2\overline{F} > F$, $\overline{c} > \underline{c}$ y q_j la correspondiente masa de ahorro administrada por la AFP j.[6]

Supodremos que las AFP compiten en el precio por su servicio (comisión), el que es constante

[6] Estos supuestos sobre la estructura de costo dan cuenta de las economías de escala en este negocio. Si bien suponer que los costos totales son del tipo $C = F + cq$ es una abstracción inconsistente con nuestras propias estimaciones empíricas, como se verá nos ayuda enormemente a estimar las ganancias en bienestar de una fusión como la analizada.

por cada peso administrado.[7] Así, p_j representa el precio de la AFP j. Los trabajadores tienen a priori preferencias por una versus otra AFP, las que son rescatadas en este modelo por el hecho de que mientras más alejados se encuentren de una administradora más costoso les resultará el ahorro. En otras palabras, hay un costo lineal igual a t veces la distancia que les separa de una AFP por ahorrar sus recursos en esa administradora. Este supuesto no hace otra cosa que abstraer y resumir las diferencias de cómo percibe cada trabajador el ahorrar en una AFP versus otra. En consecuencia, la utilidad bruta que deriva cada afiliado de ahorrar estos recursos es independiente de en qué AFP ellos ahorren, pero su utilidad neta sí depende de la AFP elegida siendo ésta igual a $u - p_j - t \cdot (distancia \text{ a } j)$.

Con todo, la secuencia de decisiones en este modelo es la siguiente: dada la ubicación y número de AFPs, éstas deciden estratégicamente qué precio cobrar; enseguida, dado estos precios y su ubicación respecto de las AFPs, cada trabajador decide qué AFP le administrará sus fondo de pensión. Por tratarse de un juego secuencial, primero se determina la decisión de cada afiliado y, sabiendo esta respuesta, se determina la decisión de cada AFP de qué precio cobrar por cada peso administrado.

La siguiente proposición entrega los precios de equilibrio de Nash perfecto en subjuego para este mercado, previo a la fusión.

Proposition 1. *Supongamos que* $\frac{\overline{c}-\underline{c}}{t} \leq 5$. *Luego, los únicos precios que son parte de un equilibrio simétrico entre empresas de igual costo está completamente caracterizados por:*

$$\begin{aligned} p_A^* &= p_D^* = 2 \cdot t + \frac{3}{5} \cdot \underline{c} + \frac{2}{5} \cdot \overline{c} \\ p_B^* &= p_C^* = p_E^* = p_F^* = 2 \cdot t + \frac{1}{5} \cdot \underline{c} + \frac{4}{5} \cdot \overline{c} \end{aligned} \tag{*}$$

Esto determina que las ubicaciones de los trabajadores indiferentes entre cada par de AFPs es la siguiente:

$$\begin{aligned} \alpha^* &= 1 + \frac{1}{5 \cdot t} \cdot (\overline{c} - \underline{c}) \quad ; \quad \beta^* = 3 \quad ; \quad \gamma^* = 5 - \frac{1}{5 \cdot t} \cdot (\overline{c} - \underline{c}) \\ \delta^* &= 7 + \frac{1}{5 \cdot t} \cdot (\overline{c} - \underline{c}) \quad ; \quad \varepsilon^* = 9 \quad ; \quad \phi^* = 11 - \frac{1}{5 \cdot t} \cdot (\overline{c} - \underline{c}) \end{aligned} \tag{**}$$

Proof. ver Apéndice B. ■

En consecuencia, el único equilibrio de Nash perfecto en subjuego, simétrico para firmas de igual

[7] Este supuesto se aleja de cómo se estructuran las comisiones de las AFPs en la práctica, según se explicó en la sección empírica de este trabajo, sin embargo nos ayuda enormemente a simplificar la solución del modelo.

costo, está dado por los precios entregados en $(*)$ y las elecciones de los afiliados caracterizadas por las ubicaciones entregadas en $(**)$. Es fácil ver que si los costos marginales fuesen los mismos, entonces este equilibrio sería totalmente simétrico, tanto en precios como en las participaciones de mercado de cada AFP.

Como las elecciones de los afiliados determinan las participaciones de mercado de cada AFP; y éstas junto a los precios cobrados determinan las rentas de cada AFP –excluidos costos fijos– entonces es fácil ver que las participaciones y las rentas de estas empresas son:

$$\begin{aligned}
Part._A^* &= Part._D^* = \frac{1}{12} \cdot \left(2 + \frac{2}{5 \cdot t} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right) \\
\pi_A^* &= \pi_D^* = \frac{1}{t} \cdot \left(2 \cdot t + \frac{2}{5} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right)^2 \\
Part._B^* &= Part._C^* = Part._E^* = Part._F^* = \frac{1}{12} \cdot \left(2 - \frac{1}{5 \cdot t} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right) \\
\pi_B^* &= \pi_C^* = \pi_E^* = \pi_F^* = \frac{1}{t} \cdot \left(2 \cdot t - \frac{1}{5} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right)^2
\end{aligned}$$

El beneficio agregado de la industria es por lo tanto,

$$\Pi^* = \frac{2}{t}\left(2 \cdot t + \frac{2}{5} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right)^2 + \frac{4}{t} \cdot \left(2 \cdot t - \frac{1}{5} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right)^2. \tag{4.1}$$

Por último, el excedente total de los consumidores (CS^*) en este modelo es la utilidad neta para todos los afiliados:

$$\begin{aligned}
CS^* &= (u - p_A^*) \cdot 12 \cdot Part._A^* - t \cdot \left(\int_{\phi^*}^{12} (12 - \lambda) \cdot d\lambda + \int_{12}^{\alpha^*} (\lambda - 0) \cdot d\lambda\right) + ... \\
&\quad ... + (u - p_F^*) \cdot 12 \cdot Part._F^* - t \cdot \left(\int_{\varepsilon^*}^{10} (10 - \lambda) \cdot d\lambda + \int_{10}^{\phi^*} (\lambda - 10) \cdot d\lambda\right) \qquad (4.2) \\
&= 12 \cdot u - 30 \cdot t - 4 \cdot \underline{c} - 8 \cdot \overline{c} + \frac{4}{25 \cdot t} (\overline{c} - \underline{c})^2
\end{aligned}$$

Suponemos que la situación del mercado post-fusión tiene a cinco AFPs, luego de haberse fusionarse las AFPs E y F (formando la AFP G). Esta nueva AFP tiene costos fijos y operacionales más bajos que sus dos predecesoras e iguales a los de las AFPs A y D. Para mantener constante la lógica de competencia con servicios diferenciados, supondremos que estas cinco empresas se reubican de forma tal que ellas se localizan en los siguientes puntos: AFP A en 0 o 12; AFP B en 2,4, AFP C en 4,8; AFP D en 7,2 y AFP G en 9,6.

Tal como se ha planteado, la fusión de dos AFPs pequeñas en una más grande que competirá principalmente con las dos AFPs mayores trae dos efectos contrapuestos. Por un lado, la competencia se relaja al haber menos empresas ofreciendo el servicio. En otras palabras, las AFPs –grandes y pequeñas– tienen mayor poder de mercado que la situación previa. Por otro lado, se intensifica la competencia por el hecho de que un nuevo actor con costos bajos compite con las AFPs grandes del mercado. El único equilibrio de Nash perfecto en subjuego se resume en la siguiente proposición.

Proposition 2. *Supongamos que* $\frac{\overline{c}-\underline{c}}{t} \leq 5$. *Luego, los únicos precios que son parte de un equilibrio simétrico entre empresas de igual costo está completamente caracterizado por:*

$$
\begin{aligned}
p_A^{\#} &= p_D^{\#} = 2,4 \cdot t + \frac{4}{5} \cdot \underline{c} + \frac{1}{5} \cdot \overline{c} \\
p_B^{\#} &= p_C^{\#} = 2,4 \cdot t + \frac{4}{15} \cdot \underline{c} + \frac{11}{15} \cdot \overline{c} \\
p_G^{\#} &= 2,4 \cdot t + \frac{14}{15} \cdot \underline{c} + \frac{1}{15} \cdot \overline{c}
\end{aligned} \tag{\#}
$$

A su vez, la localización de los cinco afiliados indiferentes entre cada par de AFPs es la siguiente:

$$
\begin{aligned}
\alpha^{\#} &= 1,2 + \frac{4}{15 \cdot t} \cdot (\overline{c} - \underline{c}) \quad ; \quad \beta^{\#} = 3,6 \quad ; \quad \gamma^{\#} = 6 - \frac{4}{15 \cdot t} \cdot (\overline{c} - \underline{c}) \\
\delta^{\#} &= 8,4 - \frac{1}{15t} \cdot (\overline{c} - \underline{c}) \quad ; \quad \zeta^{\#} = 10,8 + \frac{1}{15t} \cdot (\overline{c} - \underline{c})
\end{aligned} \tag{\#\#}
$$

Proof. ver Apéndice B. ■

Comparando estos precios a esos pre-fusión, se observa que todas las empresas parten de un piso más alto para poner sus precios. La razón es el poder de mercado extra que les da el que haya una AFP menos en el mercado. Sin embargo, las empresas de mayor tamaño ponderan ahora más sus costos bajos en la formación de sus precios, pues ahora enfrentan a un competidor de costos similares al que tienen que hacer frente. Esto se repite además para las empresas de costos mayores, pues se ha intensificado la competencia para estas empresas producto de la reacción a la fusión de las otrora dos únicas empresas grandes. El siguiente corolario nos dice que para que los precios de las firmas que no participan de la fusión bajen, es necesario que la baja de costos de la firma que se fusiona $\overline{c} - \underline{c}$ sea suficientemente importante en relación a los costos de transporte t, de modo que el cambio en la intensidad de competencia sea mayor. Naturalmente, en términos del modelo el mayor efecto en competencia lo "sufren"las firmas grandes A y D, razón por la cual la condición para que bajen sus precios es más débil.

Corollary 1. *Supóngase que es cierto que* $\frac{\overline{c}-\underline{c}}{t} \leq 5$*. El precio de equilibrio de las empresas que permanecen como pequeñas siempre sube post-fusión. El precio de equilibrio de las AFPs que eran originalmente grandes subirá post-fusión si* $\frac{\overline{c}-\underline{c}}{t} < 2$*, pero bajará si* $2 < \frac{\overline{c}-\underline{c}}{t} \leq 5$*. Finalmente, el precio de la firma fusionada subirá respecto del cobrado por sus predecesoras si* $\frac{\overline{c}-\underline{c}}{t} < \frac{6}{11}$ *y bajará en tanto* $\frac{6}{11} < \frac{\overline{c}-\underline{c}}{t} \leq 5$.

Las participaciones de mercado y las rentas de cada AFP se derivan automáticamente y son:

$$\begin{aligned}
Part._A^{\#} &= Part._D^{\#} = \frac{1}{12} \cdot \left(2,4 + \frac{1}{5 \cdot t} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right) \\
\pi_A^{\#} &= \pi_D^{\#} = \frac{1}{t} \cdot \left(2,4 \cdot t + \frac{1}{5} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right)^2 \\
Part._B^{\#} &= Part._C^{\#} = \frac{1}{12} \cdot \left(2,4 - \frac{4}{15 \cdot t} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right) \\
\pi_B^{\#} &= \pi_C^{\#} = \frac{1}{t} \cdot \left(2,4 \cdot t - \frac{4}{15} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right)^2 \\
Part._G^{\#} &= \frac{1}{12} \cdot \left(2,4 + \frac{2}{15 \cdot t} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right) \\
\pi_G^{\#} &= \frac{1}{t} \cdot \left(2,4 \cdot t + \frac{2}{15} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right)^2
\end{aligned}$$

Siendo por lo tanto el beneficio agregado de las AFPs –excluidos los costos fijos– igual a:

$$\Pi^{\#} = \frac{2}{t} \cdot \left(2,4 \cdot t + \frac{1}{5} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right)^2 + \frac{2}{t} \cdot \left(2,4 \cdot t - \frac{4}{15} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right)^2 + \frac{1}{t} \cdot \left(2,4 \cdot t + \frac{2}{15} \cdot (\overline{c} - \underline{c})\right)^2 \quad (4.3)$$

El excedente total de los consumidores $\left(CS^{\#}\right)$ es ahora post-fusión:

$$CS^{\#} = 12 \cdot u - 36 \cdot t - \frac{184}{25} \cdot \underline{c} - \frac{116}{25} \cdot \overline{c} + \frac{34}{225 \cdot t} (\overline{c} - \underline{c})^2 \quad (4.4)$$

4.2. Los Cambios en el Bienestar

Una descomposición del bienestar social muy utilizada actualmente para verificar los efectos que supone una fusión es la propuesta por Farrell y Shapiro (1990) y McAfee y Williams (1992). Estos autores argumentan que el cambio total en bienestar es igual al cambio en los beneficios de las firmas que se fusionan, más el cambio en excedente de los consumidores y beneficios de las demás firmas. Lo interesante de esta descomposición es que, por un argumento de preferencias reveladas, no es necesario preocuparse por el primero de estos términos. Así, se supone que la fusión es rentable para las empresas fusionadas, o $2\overline{F} - \underline{F} + \pi_G^{\#} - \pi_E^* - \pi_F^* > 0$.

Siguiendo a esta literatura, centramos nuestro análisis en el efecto de la fusión sobre el resto de los agentes; es decir, en el cambio en el excedente de los consumidores más el cambio en beneficios de las firmas externas a la fusión.

Cambios en el Excedente de los Consumidores. El cambio en el bienestar de los consumidores depende de los efectos contrapuestos por los menores costos del sistema y la menor diversidad de AFPs (reflejada en mayores "costos de transporte") en el escenario post-fusión. A partir de los resultados obtenidos en las secciones anteriores, el cambio en el excedente de los consumidores puede expresarse como:

$$\begin{aligned} \Delta CS &= CS^{\#} - CS^* \\ &= -6 \cdot t + \frac{84}{25} \cdot (\overline{c} - \underline{c}) - \frac{2}{25 \cdot t} \cdot \frac{1}{9} (\overline{c} - \underline{c})^2 \end{aligned}$$

Claramente, si no existiese una ganancia por el lado de los costos el cambio en bienestar de los consumidores sería definitivamente negativo. Manipulando la última expresión es posible concluir que

$$\Delta CS \geq 0 \Leftrightarrow \frac{\overline{c} - \underline{c}}{t} \geq 1,794.^{8}$$

Los efectos del diferencial de costos y del costo de transporte descritos anteriormente pueden identificarse a partir de las siguientes derivadas parciales:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta CS}{\partial t} &= -6 + \frac{2}{25^2} \cdot \frac{1}{9} \frac{(\overline{c} - \underline{c})^2}{t^2} \\ \frac{\partial \Delta CS}{\partial (\overline{c} - \underline{c})} &= \frac{2}{25 \cdot t} \cdot \left[42 \cdot t - \frac{1}{9} (\overline{c} - \underline{c}) \right] - \frac{1}{9} \frac{2}{25 \cdot t} \cdot (\overline{c} - \underline{c}) \\ &= \frac{84}{25} - \frac{4}{225} \frac{(\overline{c} - \underline{c})}{t} \end{aligned}$$

El signo de estas derivadas depende claramente de los valores que se supongan para los costos marginales $\underline{c}$ y $\overline{c}$ y para el costo de transporte t, más precisamente del ratio $(\overline{c} - \underline{c})/t$. ¿Qué valores de estas variables son *razonables*?

Para responder esta pregunta es interesante notar que las participaciones de mercado derivadas

[8] En estricto rigor, matemticamente debe cumplirse que $\frac{\overline{c}-\underline{c}}{t} \in [1,794; 376,21]$. Se escoge la condicin $\frac{\overline{c}-\underline{c}}{t} \geq 1,794$ porque es la razonable desde un punto de vista econmico: es en este rango en el que una mayor disminucin de costos o menores costos de transporte benefician a los consumidores.

más arriba dependen también exclusivamente de este ratio. En el escenario pre-fusión, las participaciones de las firmas grandes y pequeñas son respectivamente $\frac{2}{12} + \frac{2}{60} \cdot \frac{(\overline{c}-\underline{c})}{t}$ y $\frac{2}{12} - \frac{2}{60} \cdot \frac{(\overline{c}-\underline{c})}{t}$. Por lo tanto, para obtener participaciones de mercado de cada firma grande entre un 20 % y un 33 %, se requiere que el ratio $\frac{\overline{c}-\underline{c}}{t}$ esté entre 1 y 5 (naturalmente, entre mayor es el diferencial de costos más grande es la diferencia de participaciones de mercado entre las grandes y pequeñas).[9]

Para valores en este rango, es inmediato calcular que $\frac{\partial \Delta CS}{\partial t} < 0$ y $\frac{\partial \Delta CS}{\partial(\overline{c}-\underline{c})} > 0$. Más aún, una vez supuesto un valor para el ratio $\frac{(\overline{c}-\underline{c})}{t}$ es posible determinar el signo (y la magnitud escalada por el parámetro t) del cambio en el excedente de los consumidores. A partir de la expresión encontrada más arriba para ΔCS y considerando que $t > 0$, es inmediato que:

$$signo\{\Delta CS\} = signo \left\{ -6 + \frac{84}{25} \cdot \frac{(\overline{c}-\underline{c})}{t} - \frac{2}{225} \left(\frac{(\overline{c}-\underline{c})}{t} \right)^2 \right\}$$

La expresión entre paréntesis de llaves está entre $-2,65$ y $10,58$, cuando es evaluada en el rango $[1;5]$ para el ratio $\frac{\overline{c}-\underline{c}}{t}$. El valor crítico que determina que los consumidores se beneficien a partir de la fusión es cuando $\frac{\overline{c}-\underline{c}}{t} = 1,79$. Para este valor, en el equilibrio pre-fusión las AFPs más grandes tendrían una participación de mercado conjunta de 45, 26 %. Para acomodar participaciones de mercado mayores (como las observadas en el mercado de AFPs en Chile), la calibración del modelo indica que el ratio $\frac{\overline{c}-\underline{c}}{t}$ debe ser mayor que 1, 79 y, por lo tanto dadas las participaciones de mercado reales de las dos firmas más grandes, los consumidores sin duda alguna se beneficiarían por los menores costos asociados a la fusión de dos firmas de tamaño menor que conformarían una firma grande.

Cambios en Beneficios de Firmas Ajenas a la Fusión. El beneficio agregado de estas firmas (cuyos costos fijos suponemos no cambian) es igual a:

$$\Pi^{\#ext} - \Pi^{*ext} = \pi_A^{\#} + \pi_D^{\#} + \pi_B^{\#} + \pi_C^{\#} - \pi_A^{*} - \pi_D^{*} - \pi_B^{*} - \pi_C^{*}$$

que, después de manipularse algebraicamente, se simplfica a:

$$\Pi^{\#ext} - \Pi^{*ext} = t \left[-0{,}17778 \left(\frac{(\overline{c}-\underline{c})}{t} \right)^2 - 2{,}24 \frac{(\overline{c}-\underline{c})}{t} + 7{,}04 \right]$$

[9] El modelo, por las posiciones iniciales de las AFPs supuestas y por consistencia con un equilibrio inicial con seis AFPs, no permite participaciones de mercado de las AFPs grandes superiores al 33 % (resultado que se obtiene cuando el ratio $\frac{\overline{c}-\underline{c}}{t} = 5$). Ver nota previa.

Nuevamente, el signo de esta expresión está determinado por el signo de la expresión entre paréntesis cuadrados y resulta ser positiva para valores de $\frac{(\bar{c}-\underline{c})}{t}$ menores que $2,6$ y negativa para valores mayores a ese (línea de puntos en la Figura 4.2), por lo que la fusión tendría un impacto negativo en el resto de los competidores para la mayor parte del rango de valores de $\frac{(\bar{c}-\underline{c})}{t}$ que se supusieron *razonables*.

Cambios en el Bienestar Agregado. El cambio en el bienestar agregado de quienes no participan de la fusión puede escribirse como:

$$\Delta CS + \Delta \Pi^{ext} = t\left[-0{,}18667\left(\frac{(\bar{c}-\underline{c})}{t}\right)^2 + 1{,}12\frac{(\bar{c}-\underline{c})}{t} + 1{,}04\right]$$

El signo de esta suma es positivo para valores de $\frac{(\bar{c}-\underline{c})}{t}$ menores que $6,82$; y menor que cero para valores superiores a ese (línea continua en la Figura 4.2). Es decir, para todo el rango de parámetros considerados razonables, la fusión es sin duda alguna socialmente beneficiosa. Se observa en dicha figura que existe un rango para $\frac{(\bar{c}-\underline{c})}{t}$ en que incluso ganan todos los participantes de este marcado; esto es para $\frac{(\bar{c}-\underline{c})}{t} \in (1,79; 2,6)$

La Figura 4.2 resume los efectos en el bienestar de los diversos actores que genera la fusión de acuerdo al modelo desarrollado. Para los diversos valores del ratio $\frac{(\bar{c}-\underline{c})}{t}$ (graficados en el eje horizontal), se ilustran en el eje vertical los cambios en bienestar de los distintos grupos. Estos cambios, medidos en el eje vertical, están divididos por el valor del parámetro t:

- La línea discontinua representa el cambio en el bienestar de los consumidores (valor crítico: $1,79$)
- La línea de puntos representa el cambio en el beneficio de las firmas externas a la fusión (valor crítico: $2,6$)
- La línea continua representa el cambio en bienestar en el conjunto de quienes que no participan de la fusión. Es decir, que es la suma del cambio en bienestar de los consumidores más el de las firmas externas a la fusión.

En consecuencia, de este modelo se puede concluir que los efectos de la fusión de dos empresas pequeñas que forman una AFP grande, con costos menores en su operación, sobre el bienestar son: i) el excedente de los consumidores aumentaría para valores del ratio “diferencial de costos de las AFP grandes y pequeñas dividido por el parámetro de diferenciación de productos” que es consistente con una participación conjunta de las dos AFP más grandes superior al 45 %; ii) las firmas que

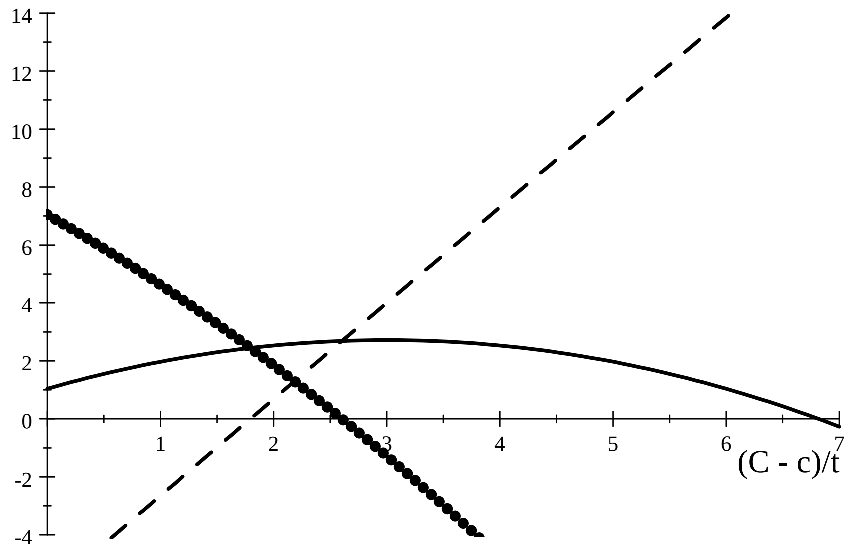


Figura 4.2: Cambio en Bienestar por la Fusión

no participan en la fusión disminuyen sus beneficios para parámetros de ese ratio consistentes con participaciones de las dos mayores AFPs superiores al 51 %; y iii) la suma de estos dos efectos es positiva para los rangos relevantes del modelo por lo que, dado que quienes se fusionan se supone mejoran su situación, el efecto agregado en bienestar es inambigüamente positivo.

5. Extensiones

Dos extensiones se presentan al modelo teórico. En la primera se verifica la existencia de un equilibrio asimétrico que detemina un mercado con firmas de tamaño diferente, cuando la función de costos de estas empresas es la misma y presenta economías de escala. En la segunda extensión se analiza la robustez de los impactos en bienestar de la fusión modificando la competencia a una tipo Cournot.

5.1. Economías de Escala y Equilibrio Asimétrico

Esta extensión muestra que es posible encontrar en equilibrio a empresas de tamaño diferente a pesar de enfrentar una misma función de costo con economías de escala. Ello avala el haber supuesto que la estructura del mercado permite la coexistencia de empresas de gran tamaño y otras de menor tamaño, y que la fusión de dos de éstas pueden formar una de gran tamaño con costos unitarios más bajos. Para ello se toma en cuenta el modelo de competencia a la Bertrand con bienes diferenciado desarrollado en la sección previa.

Como cada consumidor sólo puede optar por dos AFPs dado el supuesto de ubicación de ellos en una ciudad circular, y sabiendo los precios de las estas firmas, los usuarios indiferentes se ubican en los puntos:

$$\begin{aligned}\alpha &= 1+\frac{1}{2t}\left(p_B-p_A\right) \quad , \quad \beta=3+\frac{1}{2t}\left(p_C-p_B\right) \quad , \quad \gamma=5+\frac{1}{2t}\left(p_D-p_C\right) \\ \delta &= 7+\frac{1}{2t}\left(p_E-p_D\right) \quad , \quad \varepsilon=9+\frac{1}{2t}\left(p_F-p_E\right) \quad , \quad \phi=11+\frac{1}{2t}\left(p_A-p_F\right)\end{aligned}$$

Suponemos ahora que las firmas tienen la misma función de costos $c=c\left(q\right)$. Suponemos que $c'<0$. Cada AFP maximiza su beneficio tomando en cuenta sus creencias de los precios de sus dos rivales directas y la decisión posterior de los consumidores. Luego, el problema de la AFP A es:

$$\underset{p_A}{Max} p_A\cdot\left(\alpha+12-\phi\right)-c\left(\alpha+12-\phi\right)-F$$

$$sujeto\ a: \quad \begin{array}{c}\alpha=1+\frac{1}{2t}\left(p_B-p_A\right)\\ \phi=11+\frac{1}{2t}\left(p_A-p_F\right)\end{array}$$

lo que determina su función de reacción. Si se opera igualmente con las otras firmas, sus funciones de reacción son:

$$\begin{aligned}p_A &= t+\frac{1}{4}\cdot\left(p_B+p_F\right)+\frac{1}{2}\cdot c' \quad , \quad p_B=t+\frac{1}{4}\cdot\left(p_A+p_C\right)+\frac{1}{2}\cdot c' \quad , \quad p_C=t+\frac{1}{4}\cdot\left(p_B+p_D\right)+\frac{1}{2}\cdot c' \\ p_D &= t+\frac{1}{4}\cdot\left(p_C+p_E\right)+\frac{1}{2}\cdot c' \quad , \quad p_E=t+\frac{1}{4}\cdot\left(p_D+p_F\right)+\frac{1}{2}\cdot c' \quad , \quad p_F=t+\frac{1}{4}\cdot\left(p_E+p_A\right)+\frac{1}{2}\cdot c'\end{aligned}$$

No toda función de costos con economías de escala permite encontrar equilibrios asimétricos. Por ello, utilizamos una función en que ello es posible. Suponemos que $c\left(q\right)=F+\theta\cdot\ln\left(q\right)$, con $\theta>0$. Por la importancia del resultado, la siguiente proposición resume el principal resultado de esta extensión al modelo.

Proposition 3. *Sea $c\left(q\right)=F+\theta\cdot\ln\left(q\right)$ la función de costos que utilizan las seis AFPs en el mercado. Entre otros, existe un equilibrio de Nash Asimétrico, con 2 firmas grandes (A y D) y 4 firmas pequeñas (B,, C,, E y F) siempre que $6,67<\frac{\theta}{t}\leq 7,5$. En este caso los precios de equilibrio* *son:*

$$
\begin{aligned}
p_A &= p_D = \frac{11}{2}t + \sqrt{\frac{-2at+15t^2}{60}} \\
p_B &= p_C = p_E = p_F = \frac{13}{2}t + 7\sqrt{\frac{-2at+15t^2}{60}}
\end{aligned}
$$

Proof. ver Apéndice B. ■

Este resultado nos dice que es posible encontrar un equilibrio asimétrico que lleva a que, a través de la demanda de los usuarios, se configure un mercado con el buscado, de dos empresas que al ser grandes operan a costos menores que las otras cuatro empresas competidoras. Este equilibrio asimétrico requiere como condición que el ratio del parámetro de costo variable (θ) a costo de transporte (t) esté entre 6,67 y 7,5.

5.2. Modelo Alternativo y Efectos en Bienestar de la Fusión

Este modelo busca medir cuán robustas son las conclusiones del modelo visto en el texto. Las principales diferencias entre este modelo y el previo son tres: i) en el anterior la demanda total estaba dada mientras que en este la cantidad total de mercado depende del precio, ii) el modelo anterior era de bienes diferenciados y los afiliados escogían AFP de acuerdo a sus preferencias y a los precios observados, en tanto que este modelo es de un bien homogéneo y, por lo tanto, habrá un único precio de mercado, y iii) la variable estratégica elegida por cada AFP era el precio en el modelo anterior y en este es la cantidad de afiliados.

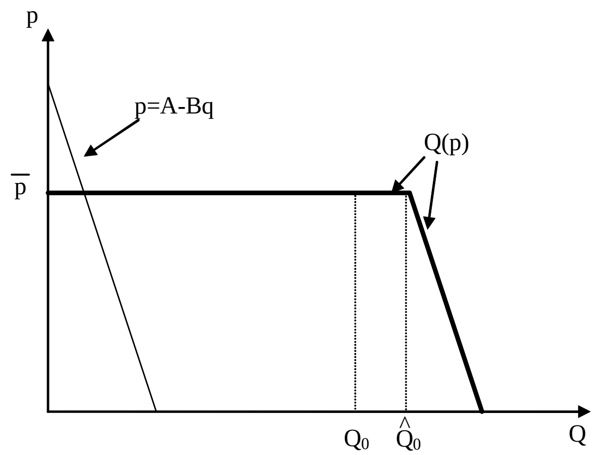
Se supone que el servicio ofrecido por las AFP es homogéneo y todos los potenciales afiliados son idénticos. La demanda total de la industria es $Q_0 + Q(p)$, siendo por lo tanto una fracción de la misma insensible al precio $- Q_0$: los trabajadores dependientes están obligados a pertener a una AFP. La parte que sí depende del precio, los trabajadores independientes, se supone una función lineal: $Q(p) = \frac{A}{B} - \frac{1}{B}p$.

Definiendo $\overline{p}$ como el precio máximo que las AFPs podrían cobrar en un contexto no competitivo y aún tener la demanda Q_0 (su valor podría venir dado, por ejemplo, por una amenaza regulatoria) y que $\overline{p} \leq A$,[10] es posible definir la función inversa de demanda como:

$$p = \begin{cases} \overline{p} & \text{si } Q \leq \widehat{Q}_0 \\ A - B\left(Q - \widehat{Q}_0\right) & \text{si } Q > \widehat{Q}_0 \end{cases}$$

donde $\widehat{Q}_0 = Q_0 + \frac{A-\overline{p}}{B}$. La Figura 5.1 ilustra la función inversa de demanda bajo el supuesto que $\overline{p} \leq A$.

Figura 5.1: Función de Demanda



Respecto a los costos de las AFP, se supone que estos son $\underline{F} + \underline{c}q$ o $\overline{F} + \overline{c}q$ según se trate de una AFP grande o pequeña respectivamente. Naturalmente, se supone que $\overline{c} > \underline{c}$ y que $2\overline{F} > \underline{F}$. Es decir que las AFP pequeñas tienen un costo marginal mayor que las grandes y los costos fijos de dos AFP pequeñas son mayores que el de una grande.

Suponiendo que la estructura original de la industria está caracterizada por cuatro firmas pequeñas (con costos altos) y dos firmas grandes (con costos bajos), la siguiente proposición caracteriza el equilibrio prefusión:

Proposition 4. *Supongamos que* $4\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B} + 2\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B} > \widehat{Q}_0$ *entonces cada firma pequeña produce en equilibrio* $\underline{q}^* = \frac{1}{7}\left(\widehat{Q}_0 + 5\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B} - 4\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B}\right)$ *y cada firma grande produce* $\overline{q}^* = \frac{1}{7}\left(\widehat{Q}_0 + 3\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B} - 2\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}\right)$.

Proof. ver Apéndice B. ■

[10] Asumir lo contrario sería equivalente a considerar que la prima que las AFP cobran puede subir hasta un nivel tal que ningún independiente se afiliaría!

De la proposición previa es posible deducir el precio que equilibra el mercado (p^*), las participaciones de las firmas pequeñas $\left(\overline{Part}^*\right)$ y grandes $(\underline{Part}^*)$, y los beneficios – ignorando costos fijos – de las firmas pequeñas $(\overline{\pi}^*)$ y grandes $(\underline{\pi}^*)$. Estos son:

$$
\begin{aligned}
p^* &= \overline{p} - \frac{1}{7B}\left(4\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B} + 2\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B} - \widehat{Q}_0\right) \\
\underline{Part}^* &= \frac{\overline{p}+4\overline{c}-5\underline{c}+B\widehat{Q}_0}{6\overline{p}-4\overline{c}-2\underline{c}+6B\widehat{Q}_0} \quad ; \quad \overline{Part}^* = \frac{\overline{p}+2\underline{c}-3\overline{c}+B\widehat{Q}_0}{6\overline{p}-4\overline{c}-2\underline{c}+6B\widehat{Q}_0} \\
\underline{\pi}^* &= \frac{1}{7}\left(\frac{B\widehat{Q}_0+\overline{p}-5\underline{c}+4\overline{c}}{B}\right)\left(\overline{p}-\frac{1}{7B}\left(\frac{6\overline{p}-4\overline{c}-2\underline{c}-B\widehat{Q}_0}{B}\right)-\underline{c}\right) \\
\overline{\pi}^* &= \frac{1}{7}\left(\frac{B\widehat{Q}_0+\overline{p}-3\overline{c}+2\underline{c}}{B}\right)\left(\overline{p}-\frac{1}{7B}\left(\frac{6\overline{p}-4\overline{c}-2\underline{c}-B\widehat{Q}_0}{B}\right)-\overline{c}\right)
\end{aligned}
$$

El beneficio agregado de la industria ignorando los costos fijos surge de la suma de los beneficios individuales:

$$\Pi^* = 4\overline{\pi}^* + 2\underline{\pi}^*$$

Respecto del excedente de los consumidores, es importante notar que sólo de una parte de ellos se conoce su disposición a pagar, pues existe una demanda fija Q_0 correspondiente a consumidores que deben afiliarse obligatoriamente. No obstante, aún cuando no pueda conocerse el excedente en las situaciones pre y post-fusión, sí será posible evaluar el *cambio* que ocurra en el mismo, lo que se hace luego de resolver el equilibrio post-fusión.

Modelo Post-Fusión: 5 AFPs. En el escenario post-fusión hay tres AFPs grandes (con costo marginal $\underline{c}$) y sólo dos AFPs pequeñas (costo $\overline{c}$). La siguiente proposición caracteriza el equilibrio de Nash que parece más interesante de conocer. Al igual que en el caso prefusión, es posible demostrar que si Q_0 es "muy grande.[en] al menos en uno de los dos equilibrios (pre o post-fusión), sólo quienes deben afiliarse obligatoriamente lo harían. Para este caso de cinco empresas se requiere en consecuencia que $\widehat{Q}_0 < 2\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B} + 3\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}$ para tener equilibrios en que los trabajadores independientes se afilien voluntariamente al sistema. Tomando esta restricción y la de la proposición previa, supondremos que $\widehat{Q}_0 < \text{mín}\{2\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B} + 3\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}, 4\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B} + 2\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}\}$. La siguiente proposición caracteriza el equilibrio post-fusión:

Proposition 5. *Supongamos que* $\text{mín}\{2\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B} + 3\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}, 4\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B} + 2\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}\} > \widehat{Q}_0$ *entonces cada firma pequeña produce en equilibrio* $\underline{q}^{\#} = \frac{1}{6}\left(\widehat{Q}_0 + 3\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B} - 2\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B}\right)$ *y cada firma grande produce* $\overline{q}^{\#} = \frac{1}{6}\left(\widehat{Q}_0 + 4\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B} - 3\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}\right)$.

Proof. ver Apéndice B. ■

De la proposición previa es posible deducir el precio que equilibra el mercado $\left(p^{\#}\right)$, las participaciones de las firmas pequeñas $\left(\overline{Part}^{\#}\right)$ y grandes $\left(\underline{Part}^{\#}\right)$, y los beneficios – ignorando costos fijos – de las firmas pequeñas $\left(\overline{\pi}^{\#}\right)$ y grandes $\left(\underline{\pi}^{\#}\right)$. Estos son:

$$
\begin{aligned}
p^{\#} &= \overline{p}-\frac{1}{6B}\left(2\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B}+3\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}-\widehat{Q}_0\right) \\
\underline{Part}^{\#} &= \frac{\overline{p}+2\overline{c}-3\underline{c}+B\widehat{Q}_0}{5\overline{p}-2\overline{c}-3\underline{c}+5B\widehat{Q}_0} \quad ; \quad \overline{Part}^{\#}=\frac{\overline{p}+3\underline{c}-4\overline{c}+B\widehat{Q}_0}{5\overline{p}-2\overline{c}-3\underline{c}+5B\widehat{Q}_0} \\
\underline{\pi}^{\#} &= \frac{1}{6}\left(\frac{B\widehat{Q}_0+\overline{p}-3\underline{c}+2\overline{c}}{B}\right)\left(\overline{p}-\frac{1}{6B}\left(\frac{5\overline{p}-2\overline{c}-3\underline{c}-B\widehat{Q}_0}{B}\right)-\underline{c}\right) \\
\overline{\pi}^{\#} &= \frac{1}{6}\left(\frac{B\widehat{Q}_0+\overline{p}-4\overline{c}+3\underline{c}}{B}\right)\left(\overline{p}-\frac{1}{6B}\left(\frac{5\overline{p}-2\overline{c}-3\underline{c}-B\widehat{Q}_0}{B}\right)-\overline{c}\right)
\end{aligned}
$$

y el beneficio agregado de la industria, excluidos costos fijos, es:

$$\Pi^{\#}=2\overline{\pi}^{\#}+3\underline{\pi}^{\#}$$

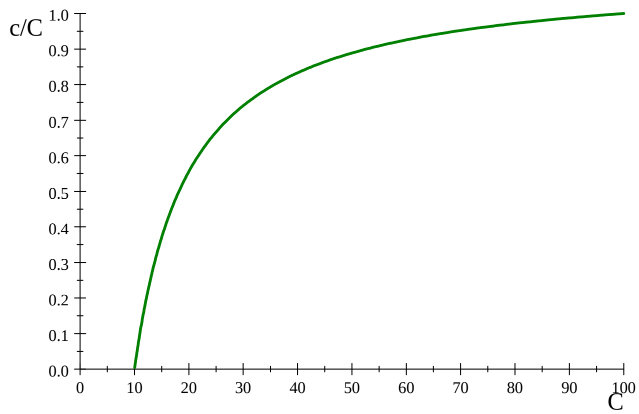
Los Cambios en el Bienestar. Una primera mirada es a los efectos que provoca la fusión en el bienestar de los consumidores, el cual es:

$$
\begin{aligned}
\Delta CS &= CS^{\#}-CS^{*}=\left(p^{*}-p^{\#}\right)\left(\frac{Q^{\#}+Q^{*}}{2}\right) \\
&= \left(\frac{1}{42B}\right)^{2}\left(71B\widehat{Q}_0+71\overline{p}-38\overline{c}-33\underline{c}\right)\frac{9}{2B}\left(\overline{c}-\underline{c}-\frac{B\widehat{Q}_0+\overline{p}-\overline{c}}{9}\right).
\end{aligned}
$$

Salvo el último término,todos los demás son positivos. Así, el bienestar social crece en tanto $\overline{c}-\underline{c}>\frac{B\widehat{Q}_0+\overline{p}-\overline{c}}{9}$.La Figura 5.2 ilustra esta relación (para la construcción del mismo se usa la *normalización* $B\widehat{Q}_0+\overline{p}=100$). En el eje horizontal se representa el costo marginal para las empresas pequeñas ($\overline{c}$) y en el eje vertical la razón de costos marginales ($\underline{c}/\overline{c}$). Para valores por debajo de la línea el excedente de los consumidores se vería aumentado por la fusión y para valores por encima se vería disminuido. Es decir, mientras menor sea el costo marginal de las firmas grandes, mayor es la "probabilidad" de encontrarse por debajo de la línea y, en consecuencia, que la fusión resulte beneficiosa para los consumidores.

Alternativamente, si consideramos bienestar social como la suma de excedentes de consumidores y firmas, utilizamos la descomposición propuesta por Farrell y Shapiro (1990). Bajo el supuesto de

Figura 5.2: Valores Críticos para el Signo de ΔCS



que la fusión es beneficiosapara las firmas fusionadas, es decir $2\overline{\pi}^* - 2\overline{F} \leq \underline{\pi}^{\#} - \underline{F}$, es posible centrar entonces el análisis en la suma del cambio en el excedente de los consumidores más los cambios en los beneficios de las cuatro firmas que no participan de la fusión. Para evaluar este cambio, se introduce la siguiente notación. El subíndice f identificará a las empresas fusionadas (antes o después de la fusión) y el subíndice $-f$ al resto de las empresas. La siguiente proposición resume las condiciones que caracterizan los efectos de una fusión en este mercado.

Proposition 6. *Sea la estructura del mercado tal que en él participan seis empresas –dos de ellas de costo bajo– y en donde dos empresas de costo alto se fusionan para operar a costo bajo. Entonces:*

i) El cambio total en excedente de los consumidores y productores (excluyendo las empresas fusionadas) es:

$$\Delta CS + \Delta \Pi_{-f} = -\frac{B}{5} \int_{q_f^*}^{q_f^{\#}} \left(\sum_{j \neq f} q_j - q_f \right) dq_f$$

ii) Como en el escenario pre-fusión y en el post-fusión se cumple que $\sum_{j \neq f} q_j - q_f > 0$, entonces si $q_f^* < q_f^{\#}$ se tiene que $\Delta CS + \Delta \Pi_{-f} < 0$, pero si $q_f^* > q_f^{\#}$ luego $\Delta CS + \Delta \Pi_{-f} > 0$.

iii) ΔCS y $[\Delta CS + \Delta \Pi_{-f}]$ tienen siempre el signo opuesto.

Proof. ver Apéndice B. ■

De acuerdo a iii), es posible reinterpretar la Figura 5.2 de la siguiente manera. Para valores de los parámetros que se encuentren debajo de la línea los consumidores se benefician en tanto que las firmas que no participan de la fusión se perjudican. No obstante este último efecto es dominante.

Finalmente, es interesante notar que a partir de la participación de mercado obtenida en el modelo pre-fusión para las firmas de costos bajos (AFPs grandes) puede llegarse a:

$$\overline{c} - \underline{c} = \left(B\widehat{Q}_0 + \overline{p} - \overline{c} \right) \frac{6\underline{Part}^* - 1}{5 - 2\underline{Part}^*}.$$

Al comparar esta expresión a la obtenida como condición para que el excedente de los consumidores aumente, se encuentra que para valores de $\underline{Part}^* \geq 0{,}25$ la ganancia de los consumidores se satisface, no así la ganancia agregada de consumidores y empresas que no participan de la fusión. Por lo tanto, participaciones de las firmas de costo bajo mayores al 25 % (en el escenario pre-fusión) son consistentes con ganancias en bienestar de los consumidores, pero afectan con más fuerza y negativamente las rentas de las empresas que no participan de la fusión.

Comparación con Modelo a la Bertrand. Las conclusiones respecto del bienestar del los consumidores de ambos modelos son robustas: para el rango de participaciones de mercado que muestra el mercado de AFPs previo a la fusión, los consumidores se verían beneficiados por la fusión y las firmas que no participan de a misma se verían perjudicadas. Sin embargo, el modelo de competencia en precios indica que la suma de estos dos cambios (excedente de consumidores y de productores que no participan de la fusión) sería positivo, en tanto que el modelo de competencia en cantidades indica que el efecto sobre ambos agentes sería negativo. En cuanto al bienestar agregado, el que incluye además los cambios de excedente de las firmas fusionadas, el modelo de competencia en preciosmuestra que el bienestar aumentaría inambiguamente, pero el modelo de competencia en cantidades sugiere que se debieran revisar las ganancias en eficiencia de la fusión. La razón principal entre estas diferencias es que en el primer modelo la variable de decisión de cada AFP (precio) es un complemento estratégico de las decisiones de sus competidoras, mientras que en el segundo caso la variable de decisión (cantidad producida) de cada AFP es un sustituto estratégico de la elección de otras AFPs.

6. Conclusiones

Este trabajo ha mostrado que en un mercado caracterizado por economías de escala es posible encontrar una fusión procompetitiva. Este caso es ilustrado con información del mercado de administradoras de fondos de pensiones en Chile y, en particular, de la fusión que involucró a las AFPs

Santa María y Bansander en el año 2007.

Este trabajo realizó un análisis econométrico que permite determinar la magnitud empírica de las economías escala existentes en los costos operacionales de las AFP y en sus principales componentes. Los distintos modelos y especificaciones empíricas consideradas muestran en forma robusta un grado importante de economías de escala en los gastos operacionales de las AFP, ya que el costo medio cae al aumentar tanto el número de afiliados como el número de cotizantes. En el caso de los afiliados, la estimación muestra que en promedio y dejando todo lo demás constante, un aumento de 1.000 afiliados disminuye el costo operacional por afiliado entre \$4,1 y \$13,5 por trimestre. En el caso de los cotizantes, un aumento de 1.000 afiliados reduce, en promedio y dejando todo lo demás constante, el costo operacional trimestral por cotizante entre \$16,3 y \$42,4.

Las economías de escala encontradas en los gastos operacionales no son obviamente homogéneas en todos sus componentes, sino que son mayores en magnitud en los gastos de administración y en los de ventas y menores en los gastos de comercialización y de personal administrativo. Esta evidencia empírica es consistente con un modelo en el cual las economías de escala permiten que la fusión de dos empresas de tamaño menor intensifique la competencia con otras dos empresas de mayor tamaño en el mercado, de tal forma que los consumidores se vean beneficiados producto de la fusión.

Basado en la evidencia empírica acerca de las tecnologías de esta industria, se desarrolló un modelo de competencia a la Bertrand (o en precios) de bienes diferenciados, que a nuestro entender es el más apropiado dadas las características de la industria. Los resultados de los modelos dependen del diferencial de costos de las AFP grandes y pequeñas dividido por el parámetro que mide la importancia en la diferenciación de los productos. Este parámetro determina inequívocamente las participaciones de mercado, por lo tanto es posible calibrarlo a partir de las participaciones de mercado observadas. Las principales conclusiones en términos de cambios en bienestar son las siguientes: i) el excedente de los consumidores aumentaría para valores del mencionado ratio consistentes con una participación conjunta de las dos AFP más grandes superior al 45 %; ii) las firmas que no participan en la fusión disminuyen sus beneficios para parámetros consistentes con participaciones de las dos mayores AFPs superiores al 51 %; y iii) la suma de estos dos efectos es positiva para los rangos relevantes del modelo por lo que, dado que quienes se fusionan se supone mejoran su situación, el efecto agregado en bienestar es positivo.

La robustez de estos resultados se analiza al considerar un modelo de competencia a la Cournot. En este caso los resultados teóricos en términos de bienestar también pueden *calibrarse* usando como *ancla* las participaciones de mercado pre-fusión. El principal resultado de esta extensión es que el impacto de la fusión sobre el bienestar de los consumidores opera en sentido inverso al de las firmas que no participan de la fusión, pero el de estas últimas es más importante en magnitud. Asimismo, se encontró que dado que las participaciones de las dos AFPs más grandes superan el 50 % del mercado, los consumidores son beneficiados con la fusión, pero el impacto sobre el bienestar global requiere conocer de las ganancias en eficiencia en las propias empresas fusionadas.

7. Referencias

Arrau, P. y R. Chumacero (1998), "Tamaño de los Fondos de Pensiones en Chile y su Desempeño Financiero", *Cuadernos de Economía* 105.

Baumol, W., S.Golfeld, L. Gordon y M. Koehn (1990). **The Economics of Mutual Fund Markets: Competition versus Regulation**. Kluger Academic Publishers, Boston.

Cetorelli, N., B. Hirtle, D. Morgan, S. Peristiani, y J. Santos (2007), "Trends in Financial Market Concentration and Their Implications for Market Stability", Federal Reserve Board New York, Economic Policy Review, March.

De Nicoló, G., P Bartholomew, J. Zaman, y M. G. Zephirin (2003), "Bank Consolidation, Internationalization, and Conglomeration: Trends and Implications for Financial Risk." IMF Working Paper 3/158, July.

Donoso, A. (1997), "Los Riesgos para la Economía Chilena del Proyecto de Ley que Modifica la Estructura de las Comisiones de las AFP", *Estudios Públicos* 68.

Farrell J. y C. Shapiro (1990). "Horizontal Mergers: An Equilibrium Analysis", *American Economic Review*, Vol. 80, No. 1.

Gelos, R. y J. Roldós (2004), "Consolidation and Market Structure in Emerging Market Banking Systems", *Emerging Markets Review* 5(1): 39-59.

Kreps, D. y J. Scheinkman (1983), "Quantity Precommitment and Bertrand Competition Yield Cournot Outcomes", *Bell Journal of Economics* 14: 326-337.

McAfee, P. y M. Williams (1992), "Horizontal Mergers and Antitrust Policy", *Journal of Industrial Economics* 40, 2: 181-187.

Marinovic, I. y S. Valdés, S. (2004), "La Demanda y los Costos de las AFP Chilenas, 1992-2002", mimeo (24/03/2005). La versión presentada en Seminario Previsional CEP-SAFP, 11 y 12 de noviembre 2004 se encuentra en www.safp.cl

Pablo, R. (2007), "El Seguro de Invalidez y Sobrevivencia : Período 2007-2010. El SIS y la Reforma Previsional", mimeo Ministerio de Hacienda de Chile.

Rhoades, S. (1996), "Competition and Bank Mergers: Directions for Analysis from Available Evidence". *Antitrust Bulletin* 41: 339-364.

Sutton, J. (1991), **Sunk Costs and Market Structure**, MIT Press.

Sutton, J. (1998), **Technology and Market Structure. Theory and History**, MIT Press.

Symeonides, G. (2002), **The Effects of Competition: Cartel Policy and the Evolution of Strategy and Structure in British Industry**, MIT Press.

Valdés, S. (1994), "Cargos por Administración en los Sistemas de Pensiones de Chile, los Estados Unidos, Malasia y Zambia", *Cuadernos de Economía* 93.

Valdés, S. (2005), "Para Aumentar la Competencia entre las AFP", *Estudios Públicos* 98.

Apéndices

A. Resultados de Regresiones

Figura A.1: Regresiones Gasto Operacional

Variable Dependiente	$\frac{\textit{Gasto Operacional}}{\textit{\# Afiliados}}$		$\frac{\textit{Gasto Operacional}}{\textit{\# Cotizantes}}$	
Constante	14.83829	19.08328	34.64163	39.6596
Afiliados	-0.00000355	-0.0000142		
Afiliados^2		3.48e-12		
Cotizantes			-0.0000162	-0.0000517
Cotizantes^2				2.82e-11
Saldo Promedio	0.0466889	0.051052	0.0128805	0.0279028
Observaciones	194	194	194	194
F	140.70	79.470	117.34	62.054
R^2	0.4283	0.5565	0.3846	0.4949

Figura A.2: Regresiones Gasto Personal Administrativo

Variable Dependiente	$\frac{\textit{Gasto Personal Administrativo}}{\textit{\# Afiliados}}$		$\frac{\textit{Gasto Personal Administrativo}}{\textit{\# Cotizantes}}$	
Constante	2.67577	3.386483	6.123175	6.810404
Afiliados	-0.000000529	-0.00000231		
Afiliados^2		5.83e-13		
Cotizantes			-0.0000021	-0.00000696
Cotizantes^2				3.86e-12
Saldo Promedio	0.0033214	0.0040519	-0.0031233	-0.0010659
Observaciones	194	194	194	194
F	76.39	24.948	23.10	15.873
R^2	0.1777	0.2826	0.1542	0.2004

Figura A.3: Regresiones Gastos Administración

Variable Dependiente	$\frac{Gastos\ Administracion}{\#\ Afiliados}$		$\frac{Gastos\ Administracion}{\#\ Cotizantes}$	
Constante	2.793699	3.45566	6.673492	7.525015
Afiliados	-0.000000755	-0.00000241		
Afiliados^2		5.43e-13		
Cotizantes			-0.00000377	-0.00000979
Cotizantes^2				4.78e-12
Saldo Promedio	0.0006375	0.0013179	-0.0054514	-0.0029022
Observaciones	194	194	194	194
F	96.47	52.513	98.04	86.710
R^2	0.3424	0.4533	0.5055	0.5779

Figura A.4: Regresiones Gastos Comercialización

Variable Dependiente	$\frac{Gasto\ Comercializacion}{\#\ Afiliados}$		$\frac{Gasto\ Comercializacion}{\#\ Cotizantes}$	
Constante	0.2783567	0.3323704	0.6244231	0.6101614
Afiliados	-0.000000108	-0.000000243		
Afiliados^2		4.43e-14		
Cotizantes			-0.000000483	-0.00000039
Cotizantes^2				-7.42e-14
Saldo Promedio	0.0023234	0.0023789	0.0031101	0.0030603
Observaciones	194	194	194	194
F	55.35	46.620	49.28	26.527
R^2	0.4113	0.4240	0.2948	0.2952

Figura A.5: Regresiones Gasto Ventas

Variable Dependiente	$\frac{Gasto\ Ventas}{\#\ Afiliados}$		$\frac{Gasto\ Ventas}{\#\ Cotizantes}$	
Constante	2.731505	3.903203	6.344238	8.065727
Afiliados	-0.000000973	-0.00000391		
Afiliados^2		9.61e-13		
Cotizantes			-0.00000482	-0.0000161
Cotizantes^2				8.96e-12
Saldo Promedio	0.0069955	0.0081998	0.0031854	0.0091958
Observaciones	194	194	194	194
F	191.38	96.842	106.13	141.828
R^2	0.4172	0.6046	0.5122	0.6913

Figura A.6: Regresiones Gasto Operacional (efectos fijos, dummies anuales)

Variable Dependiente	*Gasto Operacional* / *# Afiliados*	*Gasto Operacional* / *# Cotizantes*
Constante	16.65711	35.61744
Afiliados	-0.00000474	
Cotizantes		-0.0000236
2001	0.1032803	-0.1029946
2002	0.087042	-0.0470574
2003	1.86914	4.934149
2004	1.881604	3.955341
2005	4.06055	8.713453
2006	4.313465	8.448649
2007	3.281983	5.658337
Observaciones	194	194
F	9.22	5.85
R^2	0.2609	0.3935

B. Demostración de Proposiciones

Proposición 1.

Proof. Cada trabajador ubicado en $\alpha \in (0,2)$ puede sólo optar por las AFPs A y B, ya que cualquier otra opción siempre será más cara por ser los costos de transporte positivos. Aquel trabajador que esté indiferente entre estas AFPs tiene una utilidad neta de $u - p_A - t \cdot \alpha = u - p_B - t \cdot (2 - \alpha)$. Luego, este trabajador indiferente está ubicado en el punto α de la circunsferencia dado por:

$$\alpha = 1 + \frac{1}{2t}(p_B - p_A)$$

En forma análoga, los afiliados indiferentes entre las AFPs B y C, C y D, D y E, y E y F se ubican en:

$$\begin{aligned}
\beta &= 3 + \frac{1}{2t}(p_C - p_B) \quad , \quad \gamma = 5 + \frac{1}{2t}(p_D - p_C) \\
\delta &= 7 + \frac{1}{2t}(p_E - p_D) \quad , \quad \varepsilon = 9 + \frac{1}{2t}(p_F - p_E) \\
\phi &= 11 + \frac{1}{2t}(p_A - p_F)
\end{aligned}$$

En un mercado (imperfectamente) competitivo cada AFP maximiza su beneficios conjeturando los precios elegidos por sus rivales, además de conocer la reacción de los afiliados a los precios que ésta y sus rivales inmediatas cobren. El problema de la AFP A es entonces:

$$
\begin{aligned}
& \underset{p_A}{Max}\left(\left[1+\frac{1}{2t}\cdot(p_B-p_A)\right]+12-\left[11+\frac{1}{2t}\cdot(p_A-p_F)\right]\right)\cdot(p_A-\underline{c})-\underline{F} \\
\Longleftrightarrow \quad & \underset{p_A}{Max}\left[2-\frac{1}{2t}\left(2\cdot p_A-p_B-p_F\right)\right]\cdot(p_A-\underline{c})-\underline{F}
\end{aligned}
$$

A partir de la condición de primer orden de esta AFP, su función de mejor respuesta es:

$$
p_A=t+\frac{1}{2}\cdot\underline{c}+\frac{1}{4}\cdot(p_B+p_F)
$$

Similarmente, la función de reacción de las restantes AFPs resulta ser:

$$
\begin{aligned}
p_B &= t+\frac{1}{2}\cdot\overline{c}+\frac{1}{4}\cdot(p_A+p_C) \quad , \quad p_C=t+\frac{1}{2}\cdot\overline{c}+\frac{1}{4}\cdot(p_B+p_D) \\
p_D &= t+\frac{1}{2}\cdot\underline{c}+\frac{1}{4}\cdot(p_C+p_E) \quad , \quad p_E=t+\frac{1}{2}\cdot\overline{c}+\frac{1}{4}\cdot(p_D+p_F) \\
p_F &= t+\frac{1}{2}\cdot\overline{c}+\frac{1}{4}\cdot(p_E+p_A)
\end{aligned}
$$

En un equilibrio de Nash simétrico es evidente que la simetría se debe cumplir entre las empresas A y D (ambas enfrentan competencia de AFPs de mayor costo) y entre B, C, E y F (todas ellas compiten con una de costo bajo y otra de costo alto). Este significa que serán precios de equilibrio de Nash aquellos en que $p_A=p_D; p_B=p_C=p_E=p_F$. Resolviendo así, se encuentra que los únicos precios que son parte de un equilibrio de Nash son:

$$
\begin{aligned}
p_A^* &= p_D^*=2\cdot t+\frac{3}{5}\cdot\underline{c}+\frac{2}{5}\cdot\overline{c} \\
p_B^* &= p_C^*=p_E^*=p_F^*=2\cdot t+\frac{1}{5}\cdot\underline{c}+\frac{4}{5}\cdot\overline{c}
\end{aligned}
\qquad (*)
$$

Reemplazando en las ubicaciones de los trabajadores que están indiferentes entre cada par de AFPs:

$$
\begin{aligned}
\alpha^* &= 1+\frac{1}{5\cdot t}\cdot(\overline{c}-\underline{c}) \quad , \quad \beta^*=3 \\
\gamma^* &= 5-\frac{1}{5\cdot t}\cdot(\overline{c}-\underline{c}) \quad , \quad \delta^*=7+\frac{1}{5\cdot t}\cdot(\overline{c}-\underline{c}) \\
\varepsilon^* &= 9 \quad , \quad \phi^*=11-\frac{1}{5\cdot t}\cdot(\overline{c}-\underline{c})
\end{aligned}
\qquad (**)
$$

los que están todos ubicados entre cada par de AFPs relevantes en tanto $\frac{(\overline{c}-\underline{c})}{5\cdot t}\leq 5$. ■

Proposición 2.

Proof. La demostración es análoga a esa de la Proposición 1. ■

Proposición 3.

Proof. Supongamos una función de costos $C = F + \theta \ln q$. Del problema de cada AFP se obtienen sus funciones de reacción. Suponiendo que $p_A = p_D$ y que $p_B = p_C = p_E = p_F$, éstas se reducen al siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
\left(2 - \frac{p_A}{t} + \frac{p_B}{t}\right)^2 \cdot t - \left(2 - \frac{p_A}{t} + \frac{p_B}{t}\right) \cdot p_A + \theta &= 0 \\
\left(2 - \frac{p_B}{2t} + \frac{p_A}{t}\right)^2 \cdot t - \left(2 - \frac{p_B}{2t} + \frac{p_A}{t}\right) \cdot p_B + \theta &= 0
\end{aligned}$$

Hay tres posibles soluciones a este sistema:

i) Solución simétrica: $p_i = \frac{\theta + 4 \cdot t}{2} \quad i = A, B, ...F$

ii) Si $p_A < p_B$ entonces:

$$\begin{aligned}
p_A &= \frac{11}{2}t + \sqrt{\frac{-2 \cdot \theta \cdot t + 15 \cdot t^2}{60}} \\
p_A &= \frac{13}{2}t + 7 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \theta \cdot t + 15 \cdot t^2}{60}}
\end{aligned}$$

iii) Si $p_A > p_B$ entonces:

$$\begin{aligned}
p_A &= \frac{11}{2}t - \sqrt{\frac{-2 \cdot \theta \cdot t + 15 \cdot t^2}{60}} \\
p_A &= \frac{13}{2}t - 7 \cdot \sqrt{\frac{-2 \cdot \theta \cdot t + 15 \cdot t^2}{60}}
\end{aligned}$$

Ciertamente el caso económicamente interesante es el segundo, por tener la firma A costos menores a los de la firma B. Sabemos que cuando hay seis firmas, el usuario indiferente entre la firma A y B está localizando en $\alpha^* \in (0, 2)$ que conocemos de la Proposición 1 (ubicación condicional en los precios), entonces:

$$\begin{aligned} 0 &< \alpha^* < 2 \\ &\Leftrightarrow \\ 0 &< 1+\frac{1}{2t}\left(t+\sqrt{\frac{3}{5}}\sqrt{15t^2-2\theta t}\right) < 2 \end{aligned}$$

La desigualdad del lado derecho se cumple para todo $\theta, t > 0$; mientras que para el lado izquierdo se cumple si y sólo si:

$$6,67 < \frac{\theta}{t} < 7,5$$

El lector puede verificar que este rango es el mismo para satisfacer las condiciones límites para $\beta^*, \gamma^*, ...\phi^*$. ■

Proposición 4.

Proof. Dada la función inversa de demanda asumida, un oligopolista i –dada la cantidad ofrecida por sus rivales q_{-i}– debe potencialmente elegir entre dos estrategias: escoger una cantidad tal que el precio de equilibrio sea $\overline{p}$ (en cuyo caso obviamente la mejor opción es escoger el máximo q_i tal que el precio no se vea afectado: $q_i = \widehat{Q}_0 - q_{-i}$) o escoger una cantidad que maximice la siguiente función de beneficios:

$$q_i \in \underset{q_i \geq \max\left\{0, \widehat{Q}_0 - q_{-i}\right\}}{\arg\max} \left(\overline{p} - c_i - Bq_i + B\left(\widehat{Q}_0 - q_{-i}\right)\right) q_i;$$

por lo que q_i debiera cumplir:

$$q_i = \frac{\overline{p} - c_i}{2B} + \frac{\widehat{Q}_0 - q_{-i}}{2}.$$

Cuál de las dos opciones escoja depende naturalmente del valor de q_{-i}. De la comparación de los beneficios en uno y otro escenario es posible determinar que la cantidad crítica de producción por los otros oligopolistas es:

$$\widehat{q}_{-i} = \widehat{Q}_0 - \frac{\overline{p} - c_i}{B},$$

de modo que el comportamiento óptimo del oligopolista i puede describirse por la siguiente función de reacción:

$$q_i\left(q_{-i}\right) = \begin{cases} \widehat{Q}_0 - q_{-i} & \text{si } q_{-i} \leq \widehat{q}_{-i} \\ \frac{\overline{p} - c_i}{2B} + \frac{\widehat{Q}_0 - q_{-i}}{2} & \text{si } q_{-i} > \widehat{q}_{-i}. \end{cases}$$

Específicamente, para el caso de una firma pequeña, su función de reacción es:

$$\overline{q}\left(\overline{q}_{-i}\right)=\begin{cases}\widehat{Q}_0-\overline{q}_{-i} & \text{si } \overline{q}_{-i}\leq\widehat{\overline{q}}_{-i}\\ \frac{\overline{p}-\overline{c}}{2B}+\frac{\widehat{Q}_0-\overline{q}_{-i}}{2} & \text{si } \overline{q}_{-i}>\widehat{\overline{q}}_{-i}\end{cases}$$

donde $\overline{q}_{-i}$ representa la producción de los rivales de una firma pequeña (de costo $\overline{c}$). El valor crítico de esta variable es entonces:

$$\widehat{\overline{q}}_{-i}=\widehat{Q}_0-\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B}.$$

De manera análoga, para una firma grande (de costo $\underline{c}$) su función de reacción es:

$$\underline{q}\left(\underline{q}_{-i}\right)=\begin{cases}\widehat{Q}_0-\underline{q}_{-i} & \text{si } \underline{q}_{-i}\leq\widehat{\underline{q}}_{-i}\\ \frac{\overline{p}-\underline{c}}{2B}+\frac{\widehat{Q}_0-\underline{q}_{-i}}{2} & \text{si } \underline{q}_{-i}>\widehat{\underline{q}}_{-i}\end{cases}$$

y

$$\underline{q}_{-i}=\widehat{Q}_0-\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}.$$

Naturalmente, en todo equilibrio simétrico pre-fusión en el que existen cuatro firmas pequeñas y dos grandes se cumplen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}\overline{q}^*_{-i}&=3\overline{q}^*+2\underline{q}^*\\ \underline{q}^*_{-i}&=4\overline{q}^*+\underline{q}^*\end{aligned}$$

donde las variables $\underline{q}^*$ y $\overline{q}^*$ representan los valores de equilibrio pre-fusión para firmas grandes y pequeñas respectivamente.

En principio, podría pensarse que deben analizarse cuatro variantes de equilibrios, según sean los signos de las desigualdades $\overline{q}_{-i}\lesseqgtr\widehat{\overline{q}}_{-i}$ y $\underline{q}_{-i}\lesseqgtr\widehat{\underline{q}}_{-i}$. Sin embargo, es posible demostrar que los casos en que las desigualdades propuestas tienen direcciones diferentes ($\overline{q}_{-i}>\widehat{\overline{q}}_{-i}$ y $\underline{q}_{-i}\leq\widehat{\underline{q}}_{-i}$ o $\overline{q}_{-i}\leq\widehat{\overline{q}}_{-i}$ y $\underline{q}_{-i}>\widehat{\underline{q}}_{-i}$) son inviables. Por lo tanto, en equilibrio se pueden cumplir sólo dos casos: $i)\overline{q}_{-i}\leq\widehat{\overline{q}}_{-i}$ y $\underline{q}_{-i}\leq\widehat{\underline{q}}_{-i}$ o, $ii)\overline{q}_{-i}>\widehat{\overline{q}}_{-i}$ y $\underline{q}_{-i}>\widehat{\underline{q}}_{-i}$. El primero de estos casos se puede dar en la medida que $\widehat{Q}_0$ sea "muy grande". A partir de que en equilibrio debe cumplirse que $\overline{q}^*=\widehat{Q}_0-\overline{q}_{-i}$ y $\underline{q}^*=\widehat{Q}_0-\underline{q}_{-i}$, que, por supuesto, $\overline{q}_{-i}\leq\widehat{\overline{q}}_{-i}$ y $\underline{q}_{-i}\leq\widehat{\underline{q}}_{-i}$ y que $\overline{q}_{-i}=3\overline{q}^*+2\underline{q}^*$ y $\underline{q}_{-i}=4\overline{q}^*+\underline{q}^*$, se puede deducir que para que exista tal equilibrio debe cumplirse que:

$$4\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B}+2\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}\leq\widehat{Q}_0.$$

Este escenario es el más simple (y posiblemente menos interesante) de analizar: en el equilibrio post-fusión, dadas las estrategias seguidas por los jugadores en equilibrio, en ningún caso la producción agregada podría ser inferior a $\widehat{Q}_0$ (ni el precio inferior a $\overline{p}$) y, por lo tanto, la fusión en ningún caso afectaría a los consumidores; en tanto que representaría una ganancia por disminución de costos para las firmas. Es decir que la fusión implicaría una ganancia en bienestar agregado.

El análisis que sigue se concentra, por lo tanto, en el caso ii) en que $4\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B}+2\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B} > \widehat{Q}_0$.Bajo este supuesto, las funciones de reacción de las firmas grandes y pequeñas son respectivamente,

$$
\begin{aligned}
\underline{q}\left(\underline{q}_{-i}\right) &= \frac{\overline{p}-\underline{c}}{2B}+\frac{\widehat{Q}_0-\underline{q}_{-i}}{2} \\
\overline{q}\left(\overline{q}_{-i}\right) &= \frac{\overline{p}-\overline{c}}{2B}+\frac{\widehat{Q}_0-\overline{q}_{-i}}{2}.
\end{aligned}
$$

Reemplazando $\underline{q}_{-i}$ y $\overline{q}_{-i}$ por sus iguales es posible despejar de este sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas las cantidades de equilibrio:

$$
\begin{aligned}
\underline{q}^* &= \frac{1}{7}\left(\widehat{Q}_0+5\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}-4\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B}\right) \\
\overline{q}^* &= \frac{1}{7}\left(\widehat{Q}_0+3\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B}-2\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}\right).
\end{aligned}
$$

tal como esperado. ■

Proposición 5.

Proof. La demostración es muy parecida a esa de la Proposición previa. En todo equilibrio simétrico post-fusión en el que existen dos firmas pequeñas y tres grandes se cumple que:

$$
\begin{aligned}
\overline{q}^{\#}_{-i} &= \overline{q}^{\#}+3\underline{q}^{\#} \\
\underline{q}^{\#}_{-i} &= 2\overline{q}^{\#}+2\underline{q}^{\#}
\end{aligned}
$$

donde las variables $\underline{q}^{\#}$ y $\overline{q}^{\#}$ representan los valores de equilibrio post-fusión para firmas grandes y pequeñas respectivamente.Al igual que en el caso anterior, existen dos posibles equilibrios según sea el valor de $\widehat{Q}_0$. Si este es "muy grande.º $\widehat{Q}_0 \geq \text{máx}\{2\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B}+3\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}, 4\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B}+2\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}\}$, entonces en equilibrio se dará que $Q=\widehat{Q}_0$. De otro modo, en equilibrio se cumplirá $Q>\widehat{Q}_0$. Para el resto del análisis se supone que estamos en este último caso. En este escenario, las funciones de reacción son:

$$\begin{aligned}\underline{q}\left(\underline{q}_{-i}\right) &= \frac{\overline{p}-\underline{c}}{2B}+\frac{\widehat{Q}_0-\underline{q}_{-i}}{2} \\ \overline{q}\left(\overline{q}_{-i}\right) &= \frac{\overline{p}-\overline{c}}{2B}+\frac{\widehat{Q}_0-\overline{q}_{-i}}{2}.\end{aligned}$$

Reemplazando $\underline{q}_{-i}$ y $\overline{q}_{-i}$ por sus iguales en un equilibrio simétrico es posible despejar de este sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas las cantidades de equilibrio:

$$\begin{aligned}\underline{q}^{\#} &= \frac{1}{6}\left(\widehat{Q}_0+3\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}-2\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B}\right) \\ \overline{q}^{\#} &= \frac{1}{6}\left(\widehat{Q}_0+4\frac{\overline{p}-\overline{c}}{B}-3\frac{\overline{p}-\underline{c}}{B}\right).\end{aligned}$$

como se esperaba demostrar. ■

Proposición 6.

Proof. Nótese que el beneficio de las firmas no fusionadas en el escenario pre-fusión es:

$$\Pi_{-f}=\sum_{j\neq f}q_j\left(p\left(\sum_{h\neq f}q_h+q_f\right)-c_j\right)=\sum_{j\neq f}q_j\left(p\left(Q\right)-c_j\right)$$

donde naturalmente $\sum_{h\neq f}q_h+q_f=Q$. Por lo tanto, el cambio en este beneficio ante un cambio en la cantidad producida por la fusionada (q_f) es:

$$\frac{\Pi_{-f}}{dq_f}=\sum_{j\neq f}q_j\frac{dp\left(Q\right)}{dQ}\frac{dQ}{dq_f}+\sum_{j\neq f}\left(p\left(Q\right)-c_j\right)\frac{dq_j}{dq_f}.$$

El primer término corresponde al efecto directo por el cambio en el precio que genera el cambio en q_f (en nuestro modelo con demanda lineal $dp\left(Q\right)/dq_f=-B$); en tanto que el segundo rescata el efecto que generan los cambios en las cantidades producidas por las firmas no fusionadas. Considerando que en nuestro equilibrio se cumple para todas las firmas que $p\left(Q\right)-c_j=Bq_j$,lo que se obtiene directamente de la condición de primer orden del problema de maximización de cada firma. La expresión anterior se reduce entonces a:

$$\frac{d\Pi_{-f}}{dq_f}=-B\frac{dQ}{dq_f}\sum_{j\neq f}q_j+B\sum_{j\neq f}q_j\frac{dq_j}{dq_f};$$

o

$$d\Pi_{-f} = -BdQ\sum_{j\neq f} q_j + B\sum_{j\neq f} q_j dq_j. \tag{B1}$$

Por el lado del excedente de los consumidores, es importante notar que este puede ser escrito como

$$CS = \int_0^Q \left(p\left(q\right) - p\left(Q\right)\right) dq,$$

y por lo tanto su cambio ante un cambio en Q es:

$$\frac{dCS}{dQ} = -Q\frac{dp\left(Q\right)}{dQ} = QB,$$

o

$$dCS = QBdQ. \tag{B2}$$

Agregando los cambios en el excedente de los consumidores y de los productores de acuerdo a las ecuaciones B1 y B2 se obtiene:

$$dCS + d\Pi_{-f} = QBdQ - BdQ\sum_{j\neq f} q_j + B\sum_{j\neq f} q_j dq_j$$

y, considerando que $q_f = Q - \sum_{j\neq f} q_j$,

$$dCS + d\Pi_{-f} = Bq_f dQ + B\sum_{j\neq f} q_j dq_j.$$

Nótese además que a partir de las funciones de reacción puede establecerse que:

$$\frac{dq_i}{dq_{-i}} = -\frac{1}{2}$$

o

$$\begin{aligned} dq_i &= -\frac{1}{2}dq_{-i} - \frac{1}{2}dq_i + \frac{1}{2}dq_i \\ &= -\frac{1}{2}dQ + \frac{1}{2}dq_i \\ &= -dQ; \end{aligned}$$

por lo tanto,

$$dCS + d\Pi_{-f} = BdQq_f - BdQ\sum_{j\neq f} q_j = -B\left(\sum_{j\neq f} q_j - q_f\right) dQ$$

o

$$\frac{dCS + d\Pi_{-f}}{dq_f} = -B\left(\sum_{j\neq f} q_j - q_f\right)\frac{dQ}{dq_f}.$$

Dado que $dq_i = -dQ$ para cualquier firma y considerando que las firmas no fusionadas son cuatro, se puede escribir:

$$\begin{aligned}
\sum_{j\neq f} dq_j &= 4dQ + dq_f - dq_f \\
dq_f + \sum_{j\neq f} dq_j &= 4dQ + dq_f
\end{aligned}$$

por lo que:

$$\frac{dQ}{dq_f} = \frac{1}{5}.$$

Esto significa que el cambio total en excedente de los consumidores y productores (excluyendo las empresas fusionadas) que se obtiene *sumando* los cambios infinitesimales es:

$$\Delta CS + \Delta\Pi_{-f} = -\frac{B}{5}\int_{q_f^*}^{q_f^\#}\left(\sum_{j\neq f} q_j - q_f\right) dq_f.$$

El signo de esta expresión depende de dos factores. Primero, del signo de la expresión entre paréntesis a lo largo del rango de integración: en el caso de la fusión que nos ocupa tanto en el escenario pre-fusión como en el post-fusión se cumple que $\sum_{j\neq f} q_j - q_f > 0$ ya que hemos supuesto que la firma fusionada alcanzará el tamaño de dos de las no fusionadas. Por lo tanto, el signo de la expresión de arriba dependerá del segundo factor, que dice relación con los valores de los límites de integración q_f^* y $q_f^\#$ (donde q_f^* es la producción agregada de las dos firmas que se fusionan en el escenario pre-fusión y $q_f^\#$ es la producción de la firma fusionada). Si $q_f^* < q_f^\#$ entonces $\Delta CS + \Delta\Pi_{-f}$ es menor que cero; en tanto que si $q_f^* > q_f^\#$ corresponde invertir los límites de integración y anteponer un signo menos a la expresión, en cuyo caso $\Delta CS + \Delta\Pi_{-f}$ sería positivo.

Luego, en un sentido de condición suficiente pero no necesaria, se puede concluir que la fusión genera un efecto positivo en el resto de la sociedad –y en la sociedad como un todo puesto que se supone que las firmas que se fusionan ganan– en tanto se cumpla que $q_f^* > q_f^\#$. Es interesante, sin embargo, notar que la condición derivada $q_f^* > q_f^\#$ es exactamente la opuesta a la condición obtenida para que aumente el excedente de los consumidores. En efecto, tal condición era $Q^\# \geq Q^*$, pero dado que $\frac{dQ}{dq_f} = \frac{1}{5} > 0$ esta condición en las cantidades totales $Q^\# \geq Q^*$ se dará en la medida que $q_f^* \leq q_f^\#$. Para verificar este resultado, nótese que:

$$
\begin{array}{rcl}
2\overline{q}^* & \leq & \underline{q}^\# \\
\dfrac{2}{7}\left(\widehat{Q}_0 + 3\dfrac{\overline{p}-\overline{c}}{B} - 2\dfrac{\overline{p}-\underline{c}}{B}\right) & \leq & \dfrac{1}{6}\left(\widehat{Q}_0 + 3\dfrac{\overline{p}-\underline{c}}{B} - 2\dfrac{\overline{p}-\overline{c}}{B}\right) \\
 & \Leftrightarrow & \\
\dfrac{1}{42}\left(B12\widehat{Q}_0 + 36\left(\overline{p}-\overline{c}\right) - 24\left(\overline{p}-\underline{c}\right)\right) & \leq & \dfrac{1}{42}\left(7\widehat{Q}_0 + 21\left(\overline{p}-\underline{c}\right) - 14\left(\overline{p}-\overline{c}\right)\right) \\
 & \Leftrightarrow & \\
\left(B\widehat{Q}_0 + \overline{p} - 10\overline{c} + 9\underline{c}\right) & \leq & 0
\end{array}
$$

lo que completa la demostración. ■