# Ambigüedad estratégica en contratos públicos de suministro\*

Constanza M. Fosco Perea M.\*\*

#### **Abstract**

En este trabajo se presenta, sobre la base de un modelo de intercambio entre agentes privados de Douglas Bernheim y Michael Whinston (1998), un contrato típico de suministro entre el gobierno y una firma privada, en un contexto dinámico y sin renegociación. La firma debe realizar inversiones (observables, no verificables) para mejorar la calidad o para reducir costos o ambos tipos.

Los resultados obtenidos por Bernheim, D. y M. Whinston se aplican cuando el comprador es el gobierno benevolente, siempre que valore por igual las utilidades de los agentes privados y la recaudación de impuestos para pagar el bien no distorsione la asignación de recursos en otros mercados. Cuando la firma debe realizar inversiones para reducir costos, el contrato incompleto que sólo especifica todas las variables verificables es óptimo; y cuando la firma debe realizar inversiones para mejorar la calidad, es óptimo un contrato incompleto por ambigüedad estratégica (no incluye todas las variables verificables).

Sin embargo, cuando se incorpora el supuesto de que la inversión en reducción de costos disminuye la calidad del bien, el contrato incompleto tradicional no es óptimo y se alcanza el *first best* con uno incompleto por ambigüedad estratégica. Lo mismo sucede cuando se combinan ambos modelos y la firma debe realizar ambos tipos de inversión, afecte o no la inversión en reducción de costos el nivel de calidad.

Clasificación JEL: D21, H57, L14

Palabras clave: contratos incompletos; comportamiento estratégico; inversiones no verificables.

<sup>\*</sup> Trabajo de tesis para optar al grado de Master of Arts in Economics (marzo 2000), Programa de Postgrado ILADES/Georgetown University. Profesor guía: Eduardo Saavedra.

<sup>\*\*</sup> Investigadora Asociada. Departamento de Economía y Administración. Universidad Alberto Hurtado.

# I. Introducción

Un contrato es incompleto cuando no sensibiliza los resultados económicos a distintos estados de la naturaleza probables o cuando no especifica adecuadamente las obligaciones de las partes en cada estado de la naturaleza.

Las causas de la incompletitud pueden ser variadas. Puede ser costoso especificar todas las obligaciones (enfoque costos transacción, Williamsom, O.; 1975, 1985), o bien las partes no distinguen ciertas contingencias o no reconocen la necesidad de especificar ciertas dimensiones del contrato (enfoque racionalidad acotada, Simon, H.; 1981, según Hart, O. y B. Holmström; 1987). En estos casos, la incompletitud es exógena. Anderlini; L. y L. Felli (1994; 1996), en cambio, proponen una línea de análisis donde la incompletitud es endógena - aunque en este sentido quizás no sea más que una visión inversa del mismo problema<sup>1</sup>-.

Otro enfoque es el de contratos implícitos o autoexigibles. Sobre la base de la teoría de juegos, un contrato implícito - por definición totalmente incompleto, es decir, no hay contrato- es aquel que se sostiene y es autoexigible porque conforma un equilibrio genéricamente de Nash asociado al juego que gobierna las decisiones de los individuos (Macaulay, 1963; Ben-Porath, 1980, y otros, según Hart, O. y B. Holmström, 1987).

Bernheim, D. y M. Whinston (1998) apelan a este último concepto para explicar por qué se observan contratos que son aún más incompletos de lo que podrían ser. La combinación de un contrato incompleto –explícito y exógeno- y un contrato implícito deriva en un contrato incompleto óptimo –explícito - que es *más incompleto* que el original y endógeno por cuanto resulta del comportamiento estratégico de los agentes.

En su artículo "Incomplete Contracts and Strategic Ambiguity", bajo los supuestos de que existen siempre acciones observables pero no verificables<sup>2</sup> y que en todos los tramos de la relación donde los agentes tengan discreción las decisiones son determinadas por el juego

.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Anderlini, L. y L. Felli (1996) analizan el problema de *hold-up*, es decir cuando las partes deben incurrir en costos ex ante, siguiendo la línea de Hart, O. y J. Moore 1988, pero revierten la causalidad. Mientras que para Hart y Moore (1988) el problema de *hold-up* es inducido por la incompletitud del contrato, para Anderlini y Felli (1996) el problema de *hold-up* en la negociación de un contrato lleva a la incompletitud.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> La acción es observable por los agentes involucrados en el intercambio, pero no es exigible ante terceros (no verificable). El juez no puede verificar que se cumpla porque, por ejemplo, es muy costoso el proceso de verficación.

estratégico, los autores demuestran que, bajo ciertas condiciones, el *first best*<sup>3</sup> puede ser alcanzado con un contrato que deje sin especificar no solamente las acciones no verificables, sino además otras que sí son verificables. En los tramos de la relación contractual sujetos a discreción (es decir, donde no es posible especificar acciones en el contrato explícito), el equilibrio de Nash en estrategias puras del juego asociado conforma un contrato implícito y autoexigible que complementa el contrato explícito.

De esta manera, en una situación donde el único contrato posible es uno incompleto, para mejorar el resultado se requeriría un contrato aún más incompleto. Este contrato es denominado por Bernheim, D. y M. Whinston "contrato incompleto por ambigüedad estratégica".

En particular, en una relación de intercambio entre agentes privados en un contexto dinámico, donde el vendedor debe realizar inversiones observables pero no verificables, según el tipo de inversión (para mejorar calidad o para reducir costos), el contrato óptimo puede ser más incompleto de lo que en principio podría ser. El modelo que refiere a inversión en reducción de costos (caso particular del caso general de acciones sustitutos estratégicos), es asimilable al modelo de hold-up de Hart, O. y J. Moore (1988). A diferencia de Bernheim, D. y M. Whinston, Hart, O. y J. Moore (1988) incluyen valuaciones aleatorias para ambos agentes y el bien o proyecto es indivisible.

En este trabajo se aplica uno de los modelos de Bernheim, D. y M. Whinston (1998) a una situación donde el intercambio se realiza entre el gobierno y un agente privado: un contrato de suministro. En este sentido es asimilable al modelo de Bös; D. y C. Lülfesmann (1996). Estos autores se basan en Hart, O. y J. Moore (1988) —es decir un contexto de contrato incompleto con renegociación—y lo aplican al caso de una relación de intercambio entre el gobierno y una firma privada. Ambos agentes deben realizar inversiones, *ex ante* no son conocidos la valuación ni los costos del gobierno y la firma, respectivamente, y hay simetría de información en todo momento. Demuestran que existe un contrato incompleto que implementa el *first best* y que habrá renegociación si el intercambio es eficiente, pero la firma rehusa completar el proyecto porque el precio contratado *ex ante* es demasiado bajo. El gobierno, que se supone que tiene todo el poder

3

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Se denomina "first best" u óptimo al resultado que se obtiene bajo el supuesto de que todas las acciones son verificables (exigibles ante terceros).

de negociación, abre la renegociación y ofrece un precio más alto, justificando de este modo el típico comportamiento de restricción presupuestaria blanda del sector público.

El modelo básico que se utiliza aquí no es tan sofisticado, pero puede adaptarse al mismo contexto que Bös, D. y C. Lülfesmann (pero con bienes divisibles), con la diferencia entre otras de que no existirá renegociación. Es decir, se analiza el contrato que alcanza el *first best* sin renegociación. Además de los supuestos básicos de cómo surge el contrato incompleto, se debe tener en cuenta que el contrato óptimo en Bös, D. y C. Lülfesmann requiere renegociación si existe incertidumbre sobre la deseabilidad del proyecto y que la decisión de intercambio sea libre. Si no existe incertidumbre, solo se requiere que el oferente tenga derechos residuales sobre el ahorro de costos en todos los estados de la naturaleza y por lo tanto la renegociación no ocurre. En el modelo que se presenta aquí no existe incertidumbre sobre la deseabilidad del proyecto y la decisión de intercambio puede suponerse libre, aunque hasta cierto punto, dado que cuando se supone un contrato que especifica cantidad y pago y estos son verificables, la corte puede exigir su cumplimiento.

Por otra parte, dado que aquí se alcanza el *first best* sin renegociación, se puede suponer que el gobierno tiene el poder de reabrir las negociaciones y, al haber logrado el óptimo, simplemente no abre una etapa de renegociación. La firma, por su parte, dado que toma decisiones de acuerdo con las reglas del juego estratégico, al firmarse el contrato óptimo por ambigüedad estratégica no tiene incentivos para no completar el proyecto. En síntesis, no habría necesidad *a priori* de renegociar el contrato.

Finalmente, Bös, D. y C. Lülfesmann suponen que el gobierno tiene preferencias lexicográficas, lo que lleva a desear el intercambio si este es eficiente aún con un mayor precio. En esta adaptación del modelo de Bernheim, D. y M Whinston, cuando el contrato óptimo es el incompleto por ambigüedad estratégica, el monto que paga el gobierno a la firma es necesariamente mayor que el monto del contrato completo, por lo tanto el resultado es básicamente el mismo que el de Bös, D. y C. Lülfesmann: se logra el *first best* pero con un mayor pago a la firma. Esto a su vez tendrá importantes consecuencias; cuando el gobierno benevolente no valora exactamente igual las utilidades de las familias y la de la firma o enfrenta un costo sombra positivo de los fondos públicos, no se alcanza la utilidad óptima, a pesar de que sí se logran las inversiones y cantidades óptimas, debido justamente a que el precio es mayor.

Se presentarán tres casos: en el primero, el agente privado, una firma, debe realizar inversiones para mejorar la calidad; en el segundo, inversiones para reducir costos y en el tercero, ambos tipos de inversiones. Las inversiones son variables observables pero no verificables. Asimismo, se analizarán los dos últimos casos incorporando parcialmente los supuestos de Hart, O., A. Shleifer y R. Vishny (1996): las inversiones en reducción de costos también reducen en alguna proporción la calidad del bien<sup>4</sup>. En ningún caso el gobierno debe realizar inversiones, pero dado que es benevolente, los resultados no variarían, al igual que en el modelo de Bös, D. y C. Lülfesmann el gobierno siempre elegiría un nivel óptimo de inversión porque maximiza el bienestar social y por lo tanto no hay problemas de incentivos.

De esta manera, se modificarán los modelos originales de Bernheim, D. y M. Whinston como sigue: En la sección II se expone el modelo básico y su primera variante con inversión para mejorar la calidad, donde en vez de describir un contrato entre dos agentes privados, uno de los agentes, el comprador, es el gobierno benevolente. En la sección III, se presenta el modelo con inversión para reducir costos, en el cual, el comprador es el gobierno benevolente y la inversión en reducción de costos disminuye, además, en alguna proporción, la calidad del bien (supuesto de Hart, O., A. Shleifer y R. Vishny; 1996). Finalmente, se combinan ambos modelos en uno solo (sección IV) y la firma debe realizar ambos tipos de inversiones. Este caso no es tratado por Bernheim, D. y M. Whinston, pero es interesante porque coincide con muchas observaciones: la firma no solo debe mejorar la calidad del bien, sino también esforzarse por ser más eficiente. Asimismo, desde el punto de vista teórico en el primer modelo las acciones son complementos estratégicos y en el segundo, sustitutos estratégicos y, en el tercer modelo, se combinan ambos tipos de acciones.

Los principales resultados, en un contexto dinámico sin renegociación, apuntan a que cuando la firma debe realizar inversiones para mejorar la calidad del bien, es posible alcanzar el *first best* a través de un contrato incompleto por ambigüedad estratégica siempre y cuando el gobierno valore exactamente igual las utilidades de las familias y de la firma y no enfrente un costo sombra positivo de los fondos públicos. Cuando la firma debe realizar inversiones para

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Es importante tener en claro la diferencia entre "inversión en calidad" y "calidad". La segunda es una variable de nivel y es afectada positivamente por la inversión en mejora de calidad y negativamente por la inversión en reducción de costos.

reducir costos y estas inversiones no afectan adicionalmente el nivel de calidad, el contrato óptimo es uno incompleto que especifica todas las variables verificables<sup>5</sup>. Ambos resultados son idénticos a los encontrados por Bernheim, D. y M. Whinston para el caso de intercambio entre agentes privados.

Por otra parte, cuando las inversiones para reducir costos afectan colateral y negativamente a la calidad, ya no es óptimo un contrato incompleto que incluya todas las variables verificables, sino uno incompleto por ambigüedad estratégica.

Finalmente, cuando la firma debe realizar ambos tipos de inversiones, el contrato que alcanza el óptimo es siempre uno incompleto por ambigüedad estratégica, afecte o no la inversión en reducción de costos el nivel calidad.

Es importante recalcar que, en todos los casos en que el contrato óptimo es uno incompleto por ambigüedad estratégica, basta con que el gobierno tenga algún objetivo distributivo o la recaudación de impuestos distorsione otros mercados (costo sombra positivo), para que el contrato por ambigüedad estratégica no sea óptimo. Esto se debe a que con el contrato incompleto por ambigüedad estratégica el pago realizado a la firma es mayor que en el hipotético caso de un contrato completo y esa transferencia neta de recursos desde los consumidores hacia la firma representa una desutilidad social si el gobierno valora relativamente más la utilidad de los consumidores o si la recaudación impositiva distorsiona la asignación de recursos en otros mercados.

Al igual que en Bernheim, D. y M. Whinston, este contrato óptimo es un contrato de opción, por lo que en la práctica su aplicación puede ser limitada a cierto tipo de bienes. Además, implícitamente, otorga todo el poder de negociación al gobierno. En este sentido, es similar al modelo presentado por Nöldeke, G. y K. Schmidt (1995). Estos autores muestran cómo un contrato de opción puede alcanzar el *first best* en un modelo de *hold-up* con bienes indivisibles (intercambio de 1 ó 0 unidades) y valoraciones aleatorias cuando el vendedor invierte en reducción de costos y el comprador en calidad. En su análisis, el contrato de opción implementa un nivel de intercambio esperado entre 0 y 1 como resultado por default bajo el contrato, cuestión

\_

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Aunque reiterativo, es importante recordar que el contrato incompleto por ambigüedad estratégica deja sin especificar alguna variable verificable.

que no es relevante con cantidades continuas. El segundo rol del contrato de opción es darle todo el poder de renegociación a una parte en el caso en que el resultado por default sea ineficiente.

Antes de continuar, es necesaria una aclaración: Bernheim, D. y M. Whinston denominan contrato completo a aquel contrato que incluye todas las variables verificables e incompleto, al que excluye alguna de estas. Sin embargo, de acuerdo con la literatura tradicional, dado el supuesto de que siempre existen variables no verificables, lo que ellos llaman contrato completo es en rigor un contrato incompleto (a la Hart, O. y J. Moore, por ejemplo). Por ello, para evitar confusiones, en este trabajo se llamará *contrato completo* al contrato que incluye todas las variables del problema, bajo el supuesto de que todas son verificables (y alcanza siempre el *first best*); *contrato incompleto* al contrato que incluye todas las variables verificables cuando existan algunas que no lo sean y *contrato incompleto por ambigüedad estratégica* cuando se excluyen, además de las no verificables, alguna variable verificable.

#### II. El Modelo Básico

En esta sección se presenta el modelo básico e inmediatamente su primera variante: la firma realiza inversiones para mejorar la calidad. Se explorará este caso exhaustivamente, para que sea el referente por analogía de demostraciones y conclusiones en las demás variantes.

El gobierno benevolente examina la posibilidad de comprar a una firma privada un bien que entregará a las familias, quienes pagarán su valor a través de un sistema de impuestos. Se piensa en un tipo de bien final o insumo sobre el cual básicamente no haya incertidumbre sobre su deseabilidad y que antes de su producción sea posible invertir en mejoras de calidad y/o en reducción de costos. Ejemplos: medicamentos e insumos médicos de instituciones hospitalarias públicas, armamentos para seguridad, construcción de viviendas sociales, construcción de vías

urbanas y carreteras públicas, o cualquier otro tipo de bien que sea transable a través de un contrato de suministro (*procurement contract*)<sup>6</sup>.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Para facilitar el tratamiento matemático del modelo, se ha supuesto siguiendo a Bernheim D. y M. Whinston (1998), que el bien es perfectamente divisible.

El supuesto característico es que las inversiones que realiza la firma antes del intercambio son observables por el gobierno y la firma misma, pero no son verificables ante terceros (un tribunal judicial), por lo que no es posible especificarlas en el contrato. La no verificabilidad admite varias causas; en este caso se supone que el proceso de verificación es muy costoso<sup>7</sup>. Dado este supuesto, el gobierno intentará con el contrato incentivar a la firma a que efectúe los niveles de inversión óptimos según el criterio de maximización de bienestar social.

El modelo es dinámico, no existe incertidumbre sobre los costos ni sobre la oferta que hace el gobierno, y en todo momento hay simetría de información. Consta de cinco momentos y los agentes toman sus decisiones secuencialmente. Se supone que el gobierno se comporta como el líder de Stackelberg, por lo tanto es quien diseña el contrato y realiza la oferta de compra.

En t = 0, el gobierno y la firma pueden suscribir un contrato que restrinja el conjunto de acciones *verificables* subsecuentes. Son verificables todas las acciones que son función del precio y la cantidad del bien. En t = 1, comienza el juego de intercambio; la firma elige los niveles de inversión para mejorar la calidad, para reducir costos o ambas. En t = 2, el gobierno realiza una oferta de compra verificable de tipo "tómalo o déjalo" por una cantidad x > 0 y un pago total  $P \in \Re$ . En t = 3, la firma acepta o no<sup>8</sup> y esto también es verificable. En t = 4, y en forma verificable, se transfieren el bien y el dinero.

## "Timing" del juego

t=0t=1t=2t=3t=4¿contrato? Firma Gobierno Firma ¿intercambio? oferta acepta o elige  $i \ge 0$ ,  $x \ge 0$  y no.  $e \ge 0$ P∈ ℜ. ó ambas.

Para definir los pagos del juego, se realizan los siguientes supuestos:

\_

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> En la práctica el supuesto de no verificabilidad significa que <u>sólo</u> las partes involucradas pueden observar las acciones (variables), mientras que las terceras partes no pueden hacerlo.

 $<sup>^{8}</sup>$  Es importante aclarar que, recién cuando la firma acepta, produce el bien. Por lo tanto, si invierte en t = 1 y no acepta, pierde el monto invertido.

- i) Siguiendo a Laffont, J.-J. y J. Tirole (1993), el gobierno enfrenta un costo sombra  $\lambda > 0$  de los fondos públicos. La recaudación de impuestos para pagar el bien o proyecto distorsiona la asignación de recursos en otros mercados, por lo tanto cada peso recaudado cuesta socialmente  $\$(1+\lambda)$ .
- ii) Siguiendo a Baron, D. y R. Myerson (1982), el objetivo del gobierno es maximizar la suma del excedente neto del consumidor más una fracción α∈ (0,1] del excedente de la firma.
  - iii) Los consumidores son aversos al riesgo respecto del ingreso.
  - iv) La firma es maximizadora de beneficios y neutral al riesgo respecto del ingreso.
- v) La firma puede rehusarse a realizar el proyecto sino recibe como mínimo su utilidad neta de reserva que se supone igual a 0. En el caso de recibir utilidad igual a 0, se supone que resuelve su indiferencia participando siempre.

Así, la utilidad del gobierno benevolente es equivalente a una función de bienestar social que se define como la suma ponderada de las utilidades del consumidor representativo y de la firma.

$$U_G \equiv W = U_C + \alpha U_F \tag{1}$$

donde  $U_C$  es la utilidad neta del consumidor e incluye el pago realizado a la firma valorado por los contribuyentes,  $U_F$  la de la firma y  $\alpha \in (0,1]$ . Si  $\alpha$  es estrictamente menor que 1, el gobierno valora relativamente más la utilidad del consumidor; si es igual a 1, por igual; en definitiva el gobierno valora débilmente más la utilidad del consumidor. Tanto  $U_C$  como  $U_F$  se definen según el tipo de inversión que deba hacer la firma.

## Introduciendo mejoras en la calidad

En t=1 la empresa privada elige un nivel de inversión  $i \ge 0$  para introducir mejoras en la calidad del bien. En este caso, la utilidad del consumidor  $U_C$  de consumir una cantidad x del bien con calidad que depende de i y pagar, a través de impuestos, un monto P es:

$$U_C = u(x, i) - (1+\lambda) P$$
 (2)

La función  $U_C$  cumple con los siguientes supuestos que garantizan la existencia de un máximo en x e  $i^9$ :  $u'_x(.) > 0$ ;  $u''_{xx}(.) < 0$ ;  $u(0, i) = 0 \ \forall \ i \ge 0$ ;  $u'_i(.) > 0$ ;  $u''_{ii}(.) < 0$ ;  $u''_{xi}(.) > 0$  y  $u''_{xx}.u''_{ii} - (u''_{xi})^2 > 0$ .

Por otra parte, la utilidad de la firma es igual a la diferencia entre el pago P que recibe y el costo total de producción que, en este caso, incluye el costo directo de producción y el del esfuerzo o inversión en mejoras de calidad:

$$U_F = P - (cx + i) \tag{3}$$

donde c es el costo marginal constante y positivo de producir una unidad de x; i es el costo de la inversión en calidad. Se supone que una unidad de inversión cuesta un peso, de allí que i sea representativo de "cantidad" de inversión y a la vez de "costo de inversión".

De todo lo anterior, la utilidad del gobierno benevolente es igual a la función de bienestar social:

$$U_{G} = W = U_{C} + \alpha U_{F} \implies$$

$$U_{G} = [u(x, i) - (1+\lambda) P] + \alpha [P - (cx + i)] \implies$$

$$U_{G} = u(x, i) - (1+\lambda) (cx + i) - (1-\alpha+\lambda) U_{F}$$

$$(4)$$

La expresión (4) refleja que la utilidad del gobierno (equivalente a la función de bienestar social) es igual a la diferencia entre el excedente bruto del consumidor y (i) el costo total del proyecto (o bien) valorado por los contribuyentes más (ii) la utilidad de la firma por encima de su utilidad de reserva multiplicado por  $(1-\alpha+\lambda)$ . Dicho factor corresponde a la suma de la fracción que el gobierno no valora de la utilidad de la firma  $(1-\alpha)$  y el costo sombra de los fondos públicos  $\lambda$ . Es evidente que al gobierno le disgusta dejar a la firma rentas por encima de su utilidad de reserva. Este resultado es producto de los supuestos realizados sobre existencia de costo sombra de los fondos públicos y objetivo redistributivo del gobierno. Es importante notar que basta con

-

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> Los subíndices indican la variable respecto de la cual se deriva parcialmente la función objetivo.

que se cumpla *alguno* de los dos supuestos ( $\lambda > 0$  ó  $\alpha < 1$ ) para que la utilidad de la firma sea desutilidad para el gobierno<sup>10</sup>.

# Contrato completo

En este contexto, un contrato completo especifica los niveles óptimos de x e i que maximizan la función de bienestar social, equivalente a la función del gobierno benevolente, bajo el supuesto de que i también es verificable.

El resultado (first-best), que se supone interior, está definido por el par ( $x^*$ ,  $i^*$ ) que resuelve el siguiente problema:

$$Max_{x.i.UF} U_G = u(x, i) - (1+\lambda) (cx + i) - (1-\alpha+\lambda) U_F$$

s.a.

 $x \ge 0$ 

 $i \ge 0$ 

$$U_F = P - (cx + i) \ge 0$$

De lo anterior, el par  $(x^*, i^*) >> 0$  satisface:

$$u'_{x}(x^*, i^*) = (1 + \lambda) c$$
 (5)

$$u'_{i}(x^{*}, i^{*}) = (1 + \lambda)$$
 (6)

$$P^* = cx^* + i^* \tag{7}$$

-

 $<sup>^{10}</sup>$  En efecto, si solo se supone que el gobierno persigue un objetivo redistributivo, la función de bienestar social es:  $U_G=u(x,i)-P+\alpha[P-(cx+i)]=u(x,i)-(cx+i)-(1-\alpha)U_F.$  Si solo enfrenta el costo sombra de los fondos públicos,  $U_G=u(x,i)-(1+\lambda)P+[P-(cx+i)]=u(x,i)-(1+\lambda)(cx+i)-\lambda U_F.$  Si no se cumplen ninguno de los dos supuestos,  $U_G=u(x,i)-(cx+i)$ .

El parámetro  $\lambda$  representa el costo sombra unitario de los fondos públicos. De esta manera, la condición (5) significa que en el óptimo la utilidad marginal de x es igual a su costo marginal "social" (tal como es percibido o valorado por los contribuyentes). Análogamente, la expresión (6) iguala la utilidad marginal de la inversión a su costo marginal "social" (recuérdese que el costo marginal privado de i es igual a 1). La tasa marginal de sustitución entre x e i, definida como el cociente entre las utilidades marginales, es igual al costo marginal privado c.

De (5) y (6) se deduce que, en la medida en que la distorsión que se produce por la recaudación de impuestos es menor, los valores óptimos son mayores. En efecto, a menor  $\lambda$ , menores valores adoptan  $(1 + \lambda)$  c y  $(1 + \lambda)$  respectivamente, y dado que  $u'_x > 0$  y  $u'_i > 0$ , los valores de  $x^*$  e  $i^*$  que satisfacen (5) y (6) son mayores.

El gobierno obtiene una utilidad igual a  $U*_G = u(x*, i*) - (1+\lambda)(cx*+i*)$  y la firma,  $U*_F = 0$ .

Este contrato, que se firma en t = 0, restringe el valor de todas las variables del problema porque todas son verificables y no deja ningún tramo de la relación sujeto a discreción. Si bien otorga como resultado el óptimo social, las partes no pueden suscribirlo porque la inversión i no es verificable. O visto de otro modo, el gobierno podría incluir alguna cláusula, pero en la práctica es letra muerta porque el proceso de verificación es muy costoso. De allí que todo contrato que pretenda restringir la relación de intercambio necesariamente es incompleto.

#### Contrato incompleto

Habitualmente, en concordancia con la práctica jurídica, las partes intentan incluir en un contrato el mayor número posible de variables verificables, en la creencia de que cuantas menos dimensiones se dejen libradas a la discreción de las partes, mejor es. Por ello, tradicionalmente en economía se define como contrato incompleto aquel que especifica los niveles de todas las acciones (variables) verificables y que solo excluye aquellas no verificables. En este juego, esto equivale a suscribir un contrato en el que se explicite exactamente la oferta que hace el gobierno: la cantidad x y el pago P.

Dado que x y P están fijos y son exigibles ante la corte, la firma no tiene incentivos para invertir, pues con i > 0 obtiene menores beneficios que con i = 0 para cualquier par (x, P). Es

necesario comprender que, aún en el hipotético caso de que el gobierno se comportara no racionalmente y ofertara un monto P que cubriera el valor de la inversión, la empresa privada no podría ser obligada a realizarla y por lo tanto no invierte. La firma, en cambio, puede exigir el cumplimiento de la oferta  $(x \ y \ P)^{11}$ .

En síntesis, resolviendo por *backward induction*<sup>12</sup>, suponiendo que en t = 4 se realiza el intercambio, en t = 3, la firma acepta, en t = 2 el gobierno oferta P y x que están fijados por el contrato, en t = 1 la firma fijará  $i^{\circ} = 0$  y esto será un equilibrio porque maximiza su utilidad para cualquier P y x; también lo es para el gobierno, dado que no puede exigir el cumplimiento de un nivel determinado positivo para i.

El gobierno, anticipando que la firma no invertirá, en t = 0 firmaría un contrato donde la cantidad  $x = x^{\circ}$  resolviera su problema de maximización condicionado a  $i^{\circ} = 0$ .

$$\begin{aligned} &Max_{x,UF/i=0}\ U_G=u(x,\,0)-(1+\lambda)cx-(1-\alpha+\lambda)\ U_F\\ &s.a.\\ &x\geq0\\ &U_F=P-cx\geq0 \end{aligned}$$

El valor x° satisface las condiciones de primer orden:

$$u'_{x}(x^{\circ}, 0) = (1+\lambda) c$$
 (8)

$$P^{\circ} = cx^{\circ} \tag{9}$$

<sup>-</sup>

Es importante recordar que es un juego que no se repite y que no hay renegociación. Si la firma fuera un proveedor habitual y que rivaliza con otras empresas, quizás le convendría realizar la inversión para que en posteriores compras nuevamente sea la elegida. Es decir, si la firma sabe que al no realizar la inversión corre el riesgo de que el gobierno en una próxima compra la excluya, posiblemente invierta. Asimismo, si existe la posibilidad de renegociar, las partes podrían hacerlo en torno a la inversión y el nivel de inversión final podría ser positivo, inclusive llegar a la sobre inversión (sobre este punto, aunque en otro contexto ligeramente distinto, ver Saavedra, Eduardo (1998)).

<sup>&</sup>lt;sup>12</sup> Esto significa resolver desde la última etapa del juego hacia la primera, tomando como dato dado lo que sucede en la etapa anterior.

La condición (9) da el valor del pago especificado en el contrato. Comparando las condiciones (5), (6) y (8) se concluye que  $x^{\circ} < x^{*}$ . Dado que  $u''_{xi}(x,i) > 0$ , es decir, son complementarios, un mayor valor de i implica un mayor valor de x para igual valor absoluto de la pendiente valorada en  $x^{*}$  y  $x^{\circ}$ , respectivamente (para una demostración formal ver Anexo 1).

Así, considerando que  $i^{\circ} = 0 < i^* y x^{\circ} < x^*$ , es claro que un contrato incompleto tradicional (o completo a la Bernheim, D. y M. Whinston) no es óptimo.

El gobierno obtiene una utilidad  $U^{\circ}_{G} = u(x^{\circ}, 0) - (1+\lambda)cx^{\circ}$  que, por preferencias reveladas, se demuestra que es menor o igual a  $U^{*}_{G}$  (ver Anexo 2), y la firma  $U^{\circ}_{F} = 0$ .

# Contrato incompleto por ambigüedad estratégica

Para alcanzar el óptimo social, el gobierno podría suscribir un contrato incompleto por ambigüedad estratégica. En este tipo de contrato no se especifican todas las variables verificables, sino que, valga la redundancia, estratégicamente se excluye alguna. A modo de ejemplo, sea un contrato que estipule un precio por unidad p > c, tal que P = px, pero no la cantidad.

En el tramo sujeto a discreción, la firma elige el nivel de  $i \ge 0$  en t = 1 y el gobierno, la cantidad  $x \ge 0$  en t = 2. En el Anexo 3 se muestra que el único equilibrio de subjuego perfecto es uno en que la firma no invierte (i = 0) y el gobierno oferta comprar x > 0, por lo tanto no es óptimo. Intuitivamente esto se debe a que, si bien el gobierno tiene la libertad de no comprar (x = 0), si x = 0, la firma anticipa y no invierte. Por lo tanto, el gobierno oferta comprar siempre x > 0 y, en ese caso, la firma siempre tiene incentivos para elegir  $i \to 0$  para cualquier valor positivo de x. De esta manera, en t = 0, el gobierno prefiere no suscribir el acuerdo, dado que sin contrato obtiene mayor utilidad $^{13}$ .

Se propone ahora, siguiendo a Bernheim, D. y M. Whinston, un contrato de opción de compra que, bajo ciertas condiciones, alcanza el *first best*.

En t = 0, el gobierno diseña un contrato de opción de compra por el cual obtiene el derecho ejercitable en t = 3 de comprar una cantidad  $x^*$  pagando una cantidad  $P^{**} = u(x^*, i^*)$ .

¿Qué significa este contrato de opción?. En primer lugar, el gobierno obtiene un derecho de compra, no está obligado. En segundo lugar, el precio que ofrece es mayor que el precio del

contrato completo. Bajo el contrato completo,  $P^* = cx^* + i^*$ ; necesariamente  $u(x^*, i^*) > (cx^* + i^*)$  porque si fueran iguales, la utilidad del gobierno  $U^*_G$  sería negativa 14, lo cual no tiene mucho sentido. En tercer lugar, este mayor precio que ofrece el gobierno no está fijo, sino que queda ambiguamente "atado" a la utilidad indirecta bruta del consumidor para los valores *first best* de cantidad e inversión. En cuarto y último lugar, el gobierno ofrece con este precio lo máximo que puede ofrecer: todo el excedente bruto del consumidor. Es decir, el gobierno propone a la firma entregarle el excedente bruto del consumidor; el consumidor queda con utilidad negativa 15 y la firma, por su parte, con utilidad positiva. En este punto se supone que el excedente total puede redistribuirse *ex post* a través de transferencias monetarias no contingentes de la manera más conveniente.

Con este contrato, si la firma elige  $i < i^*$ , el gobierno no ejercita su opción de compra y la firma obtiene una utilidad  $U_F = (-i)$ . Si elige  $i > i^*$ , el gobierno ejercita su opción de compra, pero la firma no tiene incentivos para sobreinvertir, porque para  $P^{**}$  obtiene mayor utilidad a menor inversión. Por lo tanto, la firma optimiza eligiendo  $i = i^*$ .

Aparentemente los resultados obtenidos son similares a los del modelo original de Bernheim, D. y M. Whinston. Pero esto es solamente cierto si el gobierno valora exactamente en la misma proporción las utilidades del consumidor y de la firma y el costo sombra de los fondos públicos es cero. Es decir, sólo en el caso en que  $\alpha = 1$  y  $\lambda = 0$ , con el contrato de opción se logra el *first best*, aunque con un monto P mayor;  $P^{**} > P^*$ . En ambos casos la utilidad del gobierno sería igual a  $U^*_G = U^{**}_G = [u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*)]$  (ver Anexo 4). La utilidad de la firma, en cambio, es mayor con el contrato de opción, dado que es positiva:

$$U^{**}_F = P^{**} - (cx^* + i^*) = u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*) > 0$$

El problema es que si  $\alpha$  < 1 ó  $\lambda$  > 0 ó ambos, la diferencia entre el monto P\*\* y P\* representa desutilidad neta (ver Anexo 4). Intuitivamente esto se debe a que cuando el gobierno valora relativamente más la utilidad del consumidor y/o la recaudación genera distorsiones en

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup> Esto se muestra en el Anexo 3. Sin contrato, en t = 2 el gobierno elige x y P para i = 0 tal que  $U_F = 0$ .

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup> Si bajo el contrato completo fuera  $P^* = cx^* + i^* = u(x^*, i^*)$ , entonces  $U^*_G = -\lambda(cx^* + i^*) = -\lambda u(x^*, i^*)$ .

otros mercados, un peso pagado por el consumidor tiene mayor valor que un peso cobrado por la firma. La utilidad del gobierno, para el caso en que  $\alpha < 1$  y  $\lambda > 0$  será:

$$\begin{split} &U^{**}{}_{G} = u(x^{*},\,i^{*}) - (1+\lambda)\,(cx^{*}+i^{*}) - (1-\alpha+\lambda)\,[u(x^{*},\,i^{*}) - (cx^{*}+i^{*})] \\ &= u(x^{*},\,i^{*}) - (1+\lambda)\,(cx^{*}+i^{*}) - (1-\alpha+\lambda)\,[P^{**}-P^{*}] = \alpha\,[u(x^{*},\,i^{*}) - (cx^{*}+i^{*})] - \lambda\,u(x^{*},\,i^{*}) \end{split}$$

Si se reacomoda la expresión  $U^*_G$  convenientemente, queda demostrado que  $U^*_G > U^{**}_G$ :

$$\begin{split} &U*_G = u(x^*, i^*) - (1+\lambda) \, (cx^* + i^*) = [u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*)] - \lambda \, (cx^* + i^*) \\ &U*_G - U**_G = \{[u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*)] - \lambda \, (cx^* + i^*)\} - \{\alpha \, [u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*)] - \lambda \, u(x^*, i^*)\} \\ &= (1-\alpha) \, [u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*)] + \lambda \, [u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*)] \\ &y, \, dado \, que \, u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*) > 0, \, (1-\alpha) > 0 \, y \, \lambda > 0 \\ &\Rightarrow U*_G - U**_G > 0 \Rightarrow U*_G > U**_G \end{split}$$

Adicionalmente, si se considera que:

$$U^*_G - U^{**}_G = (1-\alpha) \left[ u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*) \right] + \lambda \left[ u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*) \right] = (1-\alpha+\lambda) \left[ P^{**} - P^* \right]$$
 queda claramente demostrado que la diferencial de pagos representa la pérdida de bienestar de pasar de un contrato completo a uno por opción. Si  $\alpha = 1$  y  $\lambda = 0$ , entonces es el único caso en que no hay pérdida de bienestar.

En resumen, si el gobierno tiene algún objetivo distributivo o la recaudación de impuestos distorsiona la asignación de recursos en otros mercados, a pesar de que con el contrato de opción de compra se alcanzan la cantidad y la inversión óptimas, dicho contrato no es eficiente porque la utilidad no es la óptima. Se pierde bienestar al ofrecer a la firma un pago mayor que el del contrato completo.

En cambio, si el gobierno valora por igual la utilidad del consumidor y la de la firma y los fondos públicos tienen costo sombra nulo, el contrato incompleto que alcanza el óptimo es uno por ambigüedad estratégica; un contrato de opción que iguala el valor de P a la utilidad bruta del

<sup>&</sup>lt;sup>15</sup> Esto se debe a la existencia de costo sombra de fondos públicos. Con el precio de la opción, la utilidad del consumidor es:  $U_C = u(x^*, i^*) - (1+\lambda) P^{**} = u(x^*, i^*) - (1+\lambda) u(x^*, i^*) = -\lambda u(x^*, i^*)$ .

consumidor valorada en la cantidad y la inversión socialmente óptimas. El monto estipulado en el contrato de opción es mayor que el precio fijado en el contrato completo y será eficiente siempre que se cumplan las condiciones mencionadas. Con el precio mayor el gobierno transfiere excedente del consumidor a la firma, pero dicha transferencia no implica pérdida de bienestar, dado que no representa ni redistribución regresiva del ingreso ni distorsión en la asignación de recursos en otros mercados.

## III. El Modelo con Reducción de Costos

En esta sección se analiza qué sucede si la firma debe elegir en t = 1 un nivel de esfuerzo (o inversión) para reducir costos,  $e \ge 0$ , observable pero no verificable. Se plantean dos alternativas: la primera se refiere al caso más parecido al modelo de Bernheim, D. y M. Whinston, donde la inversión en reducción de costos no afecta de ningún modo la calidad del bien. Cuando la firma realiza un esfuerzo positivo para ser más eficiente, no afecta la utilidad bruta del consumidor. En la segunda alternativa, siguiendo a Hart, O., A. Shleifer y R. Vishny (1996), se asume que la inversión en reducción de costos también disminuye en alguna proporción la calidad del bien, afectando negativamente la utilidad bruta del consumidor.

Así, el caso más simple está caracterizado por las siguientes funciones de pagos:

$$U_C = u(x) - (1+\lambda)P \tag{10}$$

$$U_F = P - [c(e)x + e] \tag{11}$$

$$U_G = u(x) - (1+\lambda) [c(e)x + e] - (1-\alpha+\lambda) U_F$$
(12)

La función u(x) es estrictamente cóncava; c(e) es el costo marginal que depende de la inversión e y c'(e) < 0 y c''(e) > 0.

Por otra parte, cuando el nivel de esfuerzo e afecta adicionalmente la calidad del bien, la utilidad del consumidor representativo de consumir una cantidad x, con calidad que depende de e y pagar a través de impuestos un pago P a la firma, es:

$$U_C = u(x, e) - (1+\lambda)P$$
 (13)

función que cumple con los siguientes supuestos que garantizan la existencia de un máximo en x y e:

$$u'_x(.) > 0; \ u''_{xx}(.) < 0; \ u(0, \, e) = 0 \ \forall \ e; \ u'_e(.) < 0; \ u''_{ee}(.) \leq 0; \ u''_{xe} \ (.) < 0; \ u''_{xx}.u''_{ee} - (u''_{xe})^2 > 0.$$

La utilidad de la firma es igual al caso simple,  $U_F = P - [c(e)x + e]$ , y la utilidad del gobierno benevolente es:

$$U_G = u(x, e) - (1+\lambda) \left[ c(e)x + e \right] - (1-\alpha+\lambda) U_F$$
(14)

# Contrato completo

Este contrato implementa el óptimo social. El *first best* está definido por el par<sup>16</sup> (x\*, e\*) que satisface las condiciones de primer orden (necesarias y suficientes) de los respectivos problemas de maximización, bajo el supuesto de que la inversión e es verificable.

En el caso simple,  $(x^*, e^*) \in \operatorname{argmax} \ U_G = u(x) - (1+\lambda) \left[ c(e)x + e \right] - (1-\alpha+\lambda) \ U_F;$   $U_F \ge 0; \ x \ge 0; \ e \ge 0 \ y$  satisface:

$$u'(x^*) = (1 + \lambda) c(e^*)$$
 (15)

$$c'(e^*) x^* = (-1)$$
 (16)

$$P^* = c(e^*)x^* + e^* \tag{17}$$

La ecuación (15) expresa que la utilidad marginal de x es igual a su costo marginal valorado por los contribuyentes. La (16) expresa que a mayor valor óptimo de x, mayor valor óptimo de e. Finalmente, de la expresión (17) se deduce que, a diferencia del caso de inversión en mejoras de calidad, cuando la firma aumenta la inversión en reducción de costos y disminuye su costo marginal, se reduce en alguna medida el pago P; efecto que en el óptimo se cancela<sup>17</sup>.

El gobierno obtiene una utilidad igual a  $U^*_G = u(x^*) - (1+\lambda)[c(e^*)x^* + e^*]$  y la firma,  $U^*_F = 0.$ 

En la segunda alternativa, el par  $(x^*, e^*) \in U_G = u(x, e) - (1+\lambda) [c(e)x + e] - (1-\alpha+\lambda) U_F;$   $U_F \ge 0; x \ge 0; e \ge 0$  y satisface:

$$u'_{x}(x^*, e^*) = (1 + \lambda) c(e^*)$$
 (18)

$$u'_{e}(x^*, e^*) = (1 + \lambda) \left[ c'(e^*)x^* + 1 \right]$$
(19)

$$P^* = c(e^*)x^* + e^* \tag{20}$$

La interpretación de las dos primeras ecuaciones es la usual. Las utilidades marginales de x y e son iguales a sus respectivos costos marginales valorados por los contribuyentes (ecuaciones 18 y 19); y la tasa marginal de sustitución es igual al cociente  $c(e^*)/[c'(e^*)x^*+1]$ . Dados los supuestos que se hicieron sobre la función u(x, e), en (19) se cumple que en valores absolutos c'(e)x es mayor que uno. Esto implica que un aumento en e disminuye siempre el pago P, aún en torno al par óptimo  $(x^*, e^*)^{18}$ .

El gobierno obtiene  $U_G^* = u(x^*, e^*) - (1+\lambda) [c(e^*)x^* + e^*] y la firma <math>U_F^* = 0$ .

<sup>&</sup>lt;sup>16</sup> Nótese que el valor de x\* es distinto al valor de x\* de la sección anterior. En un abuso de notación se utiliza la misma simbología.

 $<sup>^{17}</sup>$  En efecto, para el caso de inversión en mejoras de calidad, el pago P se definía como P = cx + i, de donde dP = c dx + di; y de esta manera las elecciones del pago P y la inversión i eran complementarias estratégicas. A mayor i, mayor P. En el caso que se presenta aquí, dP = [c'(e) x + 1] de + c(e) dx. El término [c'(e) x de] es negativo y muestra la parte de P que se reduce cuando aumenta e. En el óptimo, este efecto se cancela, dado que c'(e)x + 1 = 0. Es decir, las elecciones de P y e son estratégicamente sustitutas y solo en torno al par óptimo (x\*, e\*) se neutraliza el efecto.

<sup>&</sup>lt;sup>18</sup> Las elecciones de P y e son estratégicamente sustitutas. Dado que en dP = [c'(e) x + 1] de + c(e) dx, el término c'(e)x + 1 < 0, si la firma elige mayor e, el pago es menor.

## Contrato incompleto

Dado que e no es verificable, el contrato completo nuevamente solo sirve como referencia. Las partes pueden únicamente suscribir contratos incompletos y el gobierno intentará que el nivel de inversión de la firma sea el óptimo (e = e\*). Un contrato incompleto tradicional especifica los niveles de x y P. La diferencia con el caso que se presentó en la sección I radica en que la firma tiene incentivos para reducir costos, aún en ausencia de cualquier contrato, por lo que e > 0 de todos modos. Lo relevante es compararlo con el nivel óptimo e\*, pues intuitivamente la firma puede invertir en reducción de costos más que lo óptimo si esa inversión afecta negativamente la calidad del bien (segunda alternativa).

Por *backward induction*, suponiendo que se produce el intercambio, en t = 3 la firma acepta, en t = 2, el gobierno oferta  $x^{\circ}$  y P fijados en t = 0 en el contrato. En t = 1, dados  $x^{\circ}$  y P fijos, la firma elige e° tal que satisfaga:

$$\begin{aligned}
Max_e U_F &= P - [c(e)x^\circ + e] \\
\Rightarrow \\
c'(e^\circ) x^\circ &= -1
\end{aligned}$$
(21)

El gobierno, por su parte, dado  $e^{\circ} > 0$ , especificará en t = 0, la cantidad  $x^{\circ}$  y el pago  $P^{\circ}$ , tal que  $x^{\circ}$  satisfaga la condición (15) valorada en el nivel de  $e^{\circ}$  determinado por la firma si e no afecta la calidad del bien, y la condición (18) si la inversión e reduce la calidad.

De esta manera, los niveles de  $x^{\circ}$  y  $e^{\circ}$  que surgen del contrato incompleto tradicional, cuando la inversión e *no afecta* adicionalmente la calidad del bien, son idénticos a los niveles óptimos  $x^*$  y  $e^*$ . Pero si la inversión e afecta la calidad no se puede concluir lo mismo. Reacomodando la expresión (19),

$$c'(e) x = -1 + [1/(1 + \lambda)] u'_{e}(x, e)$$
(19')

y comparando con (21), se observa que dado x, el nivel de inversión e° que elige la firma es mayor que el óptimo  $e^{*19}$ . Esto se debe a que la firma no internaliza el costo social de la disminución en calidad que produce cuando invierte en reducción de costos. Adicionalmente, a mayor costo sombra de los fondos públicos (es decir, a mayor  $\lambda$ ), mayor es la distorsión respecto de  $e^*$ .

El gobierno, por su parte, dado  $e^{\circ} > e^{*}$ , elige una cantidad  $x^{\circ} < x^{*}$ , por cuanto u''<sub>xe</sub>(.) <  $0^{20}$ . Por preferencia revelada, la utilidad del gobierno es menor<sup>21</sup> y, por lo tanto, se concluye que el contrato incompleto tradicional no es óptimo, cuando la firma debe realizar inversiones para reducir costos y estas afectan colateral y negativamente el nivel de calidad del bien.

El contrato incompleto tradicional es óptimo, coincidiendo con lo obtenido por Bernheim, D. y M. Whinston, solo si se mantiene estrictamente el supuesto de que la inversión en reducción de costos solo contribuye a que la firma sea más eficiente y no afecta la calidad.

En lo que sigue, se analizará si con un contrato incompleto por ambigüedad estratégica es posible obtener niveles óptimos para el caso en el que la inversión en reducción de costos afecta la calidad.

## Contrato incompleto por ambigüedad estratégica

Un contrato incompleto que solo fije el precio p por unidad y no la cantidad no es óptimo por el mismo tipo de argumentos que se presentaron en la sección I. Si existe la posibilidad de que el gobierno no compre (x = 0), la firma no invierte. Si el gobierno oferta comprar una cantidad x > 0; para cualquier x > 0, la firma tiene incentivos a sobreinvertir en reducción de costos. En definitiva, este contrato no será firmado (ver Anexo 5).

¿Qué sucede con un contrato de opción? Es óptimo siempre y cuando el gobierno valore por igual las utilidades del consumidor y de la firma ( $\alpha = 1$ ) y no se produzcan distorsiones por la recaudación de impuestos ( $\lambda = 0$ ). Con la misma lógica que en el caso de inversión en mejoras de

<sup>&</sup>lt;sup>19</sup> Esta conclusión surge directamente de (19'). El segundo término del lado derecho es negativo, porque  $u'_e(x, e) < 0$ ; por lo tanto, en términos absolutos abs $[-1 + (u'_e(x, e)/(1+\lambda))]$  resulta mayor que abs(-1). De allí, dado que c'(e) < 0, se deduce que para un mismo x,  $e^{\circ} > e^*$ .

<sup>&</sup>lt;sup>20</sup> La demostración formal de esta afirmación es análoga a la presentada en el Anexo 1 para el caso de inversión en mejoras de calidad.

calidad, el gobierno obtiene el derecho en t = 3 de comprar una cantidad  $x^*$  pagando una cantidad  $P^{**} = u(x^*, e^*) v P^{**} > P^*$ .

Con este contrato, si la firma elige  $e \neq e^*$ , el gobierno no ejercita su opción de compra y la firma obtiene una utilidad  $U_F = (-e)$ , por lo que optimiza eligiendo  $e = e^{*22}$ .

De esta manera, el contrato óptimo es uno incompleto por ambigüedad estratégica, siempre que se cumplan las condiciones mencionadas. Al respecto, caben las mismas aclaraciones que en la sección anterior. Cuando  $\alpha < 1$  ó  $\lambda > 0$  ó ambos, el contrato de opción no es óptimo, pues el mayor precio que debe pagar el gobierno a la firma representa una desutilidad social neta.

Para el caso en que  $\alpha < 1$  y  $\lambda > 0$ , el gobierno obtiene una utilidad:

$$\begin{split} U^{**}{}_G &= u(x^*, e^*) - (1 + \alpha) \left[ c(e^*) \ x^* + e^* \right] - (1 - \alpha + \lambda) \left[ u(x^*, e^*) - (c(e^*)x^* + e^*) \right] = \\ &= u(x^*, e^*) - (1 + \alpha) \left[ c(e^*) \ x^* + e^* \right] - (1 - \alpha + \lambda) \left[ P^{**} - P^* \right] = \\ &= \alpha \left[ u(x^*, e^*) - (c(e^*)x^* + e^*) \right] - \lambda u(x^*, e^*) \end{split}$$

y se cumple que:

$$\begin{split} &U^*_G - U^{**}_G = (1\text{-}\alpha)\left[u(x^*,\,e^*) - (c(e^*)x^* + e^*)\right] + \lambda\left[u(x^*,\,e^*) - (c(e^*)x^* + e^*)\right] \\ &= (1\text{-}\alpha + \lambda)\left[P^{**} - P^*\right] > 0 \end{split}$$

Lo que muestra que la utilidad obtenida por el gobierno es inferior a la óptima y que la pérdida de bienestar se debe a la diferencial de pagos.

Estos resultados no pueden compararse con los obtenidos por Bernheim, D. y M. Whinston, dado que incluye un supuesto adicional sobre los efectos de la inversión en reducción de costos sobre la calidad del bien. Sí tal vez es importante referirse someramente al sustento teórico de fondo de su modelo.

En su trabajo, estos autores plantean que cuando las acciones se toman secuencialmente, las decisiones que se toman al inicio de la relación de intercambio están en parte determinadas

<sup>&</sup>lt;sup>21</sup> La demostración formal es análoga a la que se presenta en el Anexo 2.

<sup>&</sup>lt;sup>22</sup> A diferencia del caso de la sección I, donde el gobierno ejerce su opción de compra si la inversión es igual o mayor que la óptima, en esta variante, tanto la sobreinversión como la subinversión en reducción de costos perjudican al gobierno. La sobreinversión, vía reducción en calidad; la subinversión, vía pérdida de eficiencia productiva.

por las reacciones subsecuentes del otro jugador. Y como en el contrato solo se pueden restringir acciones y no estrategias, muchas funciones de mejor respuesta son alcanzables solo a través de contratos incompletos que dejen discreción al jugador que mueva después (Bernheim; D. y M. Whinston, 1998; pág. 909). En el modelo de inversión para mejorar la calidad, las acciones que se toman secuencialmente son complementos estratégicos (elección de i y elección de P) y el contrato óptimo es uno incompleto por ambigüedad estratégica, mientras que, en el segundo modelo –inversión en reducción de costos, caso simple- las acciones son sustitutos estratégicos y el contrato incompleto tradicional alcanza el *first best*. Si las acciones son estratégicamente complementarias, al dejar sujeto a discreción la elección del nivel de inversión, la firma elige un nivel positivo porque sabe que a mayor inversión, mayor será el pago que estará dispuesto a pagar el gobierno.

En la segunda variante que se propone aquí, inversión en reducción de costos que afecta adicionalmente el nivel de calidad, dados los supuestos que se han realizado, el efecto de complementariedad domina al efecto de sustituibilidad estratégica y por ello, bajo ciertas condiciones, el contrato óptimo es uno incompleto por ambigüedad estratégica.

## IV. El Modelo Mixto

Finalmente, en esta parte se presenta un modelo mixto, con ambos tipos de inversión. La firma, en t = 1, debe realizar inversiones para mejorar la calidad y también para ser más eficiente (i y e, respectivamente). Nuevamente se trabajará con dos "submodelos" alternativos: en el primero, la inversión para reducir costos no afecta la calidad, en el segundo sí.

#### La inversión en reducción de costos no afecta la calidad

La utilidad del consumidor representativo de consumir una cantidad x con calidad afectada por i y pagar, a través de impuestos, un pago P a la firma es:

$$U_C = u(x, i) - (1+\lambda)P$$
 (22)

función que cumple con los supuestos mencionados en la sección II.

La utilidad de la firma es:

$$U_{F} = P - [c(e)x + i + e]$$
 (23)

donde c(e) es el costo marginal, que depende de e, de producir una unidad de x y c' < 0, c'' > 0.

La utilidad del gobierno benevolente es igual a la función de bienestar social:

$$U_{G} = u(x, i) - (1+\lambda) [c(e)x + i + e] - (1-\alpha+\lambda) U_{F}$$
(24)

En este contexto, un *contrato completo* especifica los valores de x, e, i, bajo el supuesto de que tanto e como i son verificables. Así, el vector<sup>23</sup> (x\*, e\*, i\*) satisface las condiciones de primer orden (necesarias y suficientes):

$$u'_{x}(x^*, i^*) = (1 + \lambda) c(e^*)$$
 (25)

$$u'_{i}(x^{*}, i^{*}) = (1 + \lambda)$$
 (26)

$$c'(e^*) x^* = -1$$
 (27)

$$P^* = c(e^*)x^* + e^* + i^*$$
(28)

El gobierno obtiene  $U^*_G = u(x^*, i^*) - (1+\lambda)[c(e^*)x^* + e^* + i^*]$  y la firma  $U^*_F = 0$ .

Por los supuestos de no verificabilidad de i y e, este contrato no es factible, solo es posible uno incompleto. El *contrato incompleto tradicional* especifica las variables verificables x y P. Análogamente a lo visto hasta aquí, el resultado es previsible: la firma elegirá  $i^{\circ} = 0$  y  $e^{\circ} > 0$ . La firma no tiene incentivos para invertir en mejoras de calidad porque no le aporta directamente ningún beneficio, pero sí en reducción de costos. Dado  $i^{\circ} = 0$ , y  $e^{\circ} > 0$ , el gobierno elige  $x^{\circ}$  tal que:

<sup>&</sup>lt;sup>23</sup> Nuevamente se abusa de la notación, utilizando la misma simbología para los valores óptimos de x\*, e\*, i\*.

 $x \in argmax \ U_G = u(x, 0) - (1+\lambda) \left[ c(e^\circ)x + e \right] - (1-\alpha+\lambda) \ U_F; \ U_F = P - c(e^\circ)x - e^\circ \ge 0; \ x \ge 0; \ y \ x^\circ$  satisface:

$$u'_{x}(x^{\circ}, 0) = (1 + \lambda) c(e^{\circ})$$
 (29)

$$P^{\circ} = c(e^{\circ})x^{\circ} + e^{\circ} \tag{30}$$

De la condición (29) se deduce que  $x^{\circ}$  es menor que el valor óptimo  $x^{*}$ , y esto se demuestra con los mismos argumentos que los que se presentan en el Anexo 1.

Finalmente, dado  $x^\circ$ , el nivel de  $e^\circ$  que elige la firma, resuelve:  $e \in Max_e P-[c(e)x^\circ + e]$ ; y  $e^\circ$  satisface la condición de primer orden  $c'(e^\circ)$   $x^\circ = -1$ . Dado que  $x^\circ < x^*$ , el nivel de  $e^\circ$  que surge de la condición de primer orden es menor que el valor óptimo  $e^\circ < e^*$ . Por lo tanto, no es óptimo el contrato incompleto tradicional.

Este resultado es interesante. Cuando la firma debe invertir tanto en mejoras de calidad como en reducción de costos y esta última no afecta la calidad, un contrato incompleto tradicional no solo no provee a la firma de los incentivos necesarios para invertir en mejoras de calidad, sino que tampoco la incentiva a invertir óptimamente en reducción de costos.

Se propone ahora, directamente, un contrato de opción, donde el gobierno tiene el derecho en t=3 de comprar  $x^*$  al precio  $P^{**}=u(x^*,i^*)>P^*$ . Si  $i< i^*$ , el gobierno no ejerce la opción de compra. Si  $i> i^*$ , la firma obtiene menos utilidad, por lo tanto, elegirá  $i=i^*$ .

Dado que la firma desea cumplir con el contrato de opción, establece  $x = x^*$  e  $i = i^*$ , y elige e tal que:

$$Max_e U_F = P^* - [c(e) x^* + i^* + e]$$

y e satisface la condición de primer orden c'(e)  $x^* = -1$  y esto, como se mencionó anteriormente, significa que  $e = e^*$ .

Al igual que en los casos anteriores, el *contrato incompleto por ambigüedad estratégica* es óptimo, siempre y cuando  $\alpha = 1$  y  $\lambda = 0$ , de lo contrario no. En efecto, para  $\alpha < 1$  ó  $\lambda > 0$  ó

ambos, la diferencial de pagos (P\*\* - P\*) representa desutilidad neta para el gobierno<sup>24</sup>. Si  $\alpha$  < 1 y  $\lambda > 0$ , el gobierno obtiene:

$$\label{eq:U**} \begin{split} U^{**}{}_G &= u(x^*,\,i^*) - (1+\lambda)[c(e^*)x^* + i^* + i^*] - (1-\alpha+\lambda)\; U^{**}{}_F \\ y \text{ la firma,} \end{split}$$

$$U^{**}_{F} = u(x^*, i^*) - [c(e^*)x^* + i^* + e^*] > 0.$$

Por lo tanto 
$$U^*_G - U^{**}_G = (1-\alpha+\lambda) [P^{**} - P^*] > 0 \text{ y } U^*_G > U^{**}_G$$
.

## La inversión en reducción de costos afecta la calidad

La utilidad del consumidor representativo está definida por la siguiente función:

$$U_C = u(x, i, e) - (1+\lambda)P$$
 (31)

Los siguientes supuestos garantizan la existencia de un máximo en x, i y e:

$$u'_{x}(.) > 0$$
;  $u''_{xx}(.) < 0$ ;  $u(0, i, e) = 0 \ \forall i, e$ ;  $u'_{e}(.) < 0$ ;  $u''_{ee}(.) \le 0$ ;  $u''_{xe}(.) < 0$ ;  $u''_{ii}(.) > 0$ ;  $u''_{ii}(.) > 0$ ;  $u''_{ei}(.) = 0$  y la matriz de segundas derivadas es definida negativa.

La utilidad de la firma es:

$$U_F = P - [c(e)x + i + e]$$
 (32)

con los supuestos habituales de convexidad para c(e).

Y, finalmente, la utilidad del gobierno benevolente es igual a la función de bienestar social:

$$U_G = u(x, i, e) - (1+\lambda)[c(e)x + i + e] - (1-\alpha+\lambda)U_F$$
(33)

El contrato completo especifica los valores de x, e, i bajo el supuesto de que i y e son verificables. Así<sup>25</sup>, (x\*, e\*, i\*) satisface:

La demostración es análoga a la presentada en el Anexo 4.
 Los valores de x\*, i\*, e\* son distintos a los de todos los casos anteriores.

$$u'_{x}(x^*, i^*, e^*) = (1 + \lambda) c(e^*)$$
 (34)

$$u'_{i}(x^*, i^*, e^*) = (1 + \lambda)$$
 (35)

$$c'(e^*) x^* = -1 + [1/(1+\lambda)] u'_e(x^*, i^*, e^*)$$
(36)

$$P^* = c(e^*)x^* + i^* + e^*$$
(37)

De lo anterior,  $U_G^* = u(x^*, i^*, e^*) - (1+\lambda)[c(e^*)x^* + i^* + e^*] y U_F^* = 0$ .

El *contrato incompleto tradicional* especifica x y P. En este caso, la firma no solo elige un nivel de inversión i ineficiente (i° = 0), sino que además sobreinvierte en reducción de costos,  $e^{\circ} > e^{*}$ .

Dado x, en t=1, elige  $i^\circ=0$  y  $e^\circ$  tal que satisface la condición de primer orden del problema:

$$Max_e U_F = P - [c(e) x + e]$$
es decir,
$$c'(e) x = -1$$
(38)

Al comparar (38) con las condiciones del contrato completo, aún para un nivel de x inferior al óptimo, el nivel e $^{\circ}$  es mayor que el óptimo e $^{*}$ . Anticipando i $^{\circ}$  = 0 y e $^{\circ}$  > e $^{*}$ , en t = 0, el gobierno elige x $^{\circ}$  tal que:

 $x^{\circ} \in \text{argmax } U_G = u(\ x,\ 0,\ e^{\circ}) - (1+\lambda)[c(e^{\circ})x + e^{\circ}] - (1-\alpha+\lambda)U_F;\ U_F = P - [c(e^{\circ})x + e] \geq 0;\ x \geq 0;$  y satisface:

$$u'_{x}(x^{\circ},0,e^{\circ}) = (1+\lambda) c(e^{\circ})$$
 (39)

$$P^{\circ} = c(e^{\circ})x^{\circ} + e^{\circ} \tag{40}$$

De la comparación entre (34) y (39), surge claramente que  $x^{\circ} < x^{*}$ . Así, dado que  $i^{\circ} = 0$ ,  $e^{\circ} > e^{*}$  y  $x^{\circ} < x^{*}$ , el contrato incompleto tradicional no es óptimo<sup>26</sup>.

Se considera ahora un contrato de opción de compra (*incompleto por ambigüedad estratégica*). El gobierno tiene la opción de comprar en t=3 una cantidad  $x^*$  pagando  $P^{**}=u(x^*,i^*,e^*)>P^{**}$ . Si la firma elige  $i<i^*$ , o  $e\neq e^*$ , el gobierno no ejerce la opción. La firma maximiza eligiendo  $x^*$ ,  $i^*$ ,  $e^*$ . El contrato de opción alcanza el *first best* y el gobierno obtiene  $U^{**}_G=U^*_G$  si y solo si  $\alpha=1$  y  $\lambda=0$ . Caso contrario, el mayor pago  $P^{**}$  y el hecho de que esté ambiguamente definido por la utilidad bruta del consumidor, incentivan a la firma a invertir óptimamente, pero la diferencial respecto del pago bajo contrato completo impide lograr la utilidad social óptima.

## V. Consideraciones Finales

En un contexto dinámico, sin renegociación, se ha mostrado que un gobierno que valora por igual las utilidades de las familias y de la firma y que no enfrente un costo sombra por los fondos públicos, podría, en determinadas situaciones, firmar contratos que dejen algún margen de discrecionalidad sobre variables verificables. En particular, cuando los costos de los procesos de verificación son altos y obligan al gobierno a firmar contratos incompletos, puede ser beneficioso excluir alguna variable verificable. Este resultado contraría de algún modo la creencia generalizada de que cuantas más dimensiones se especifiquen en un contrato, mejor es.

Los contratos incompletos por ambigüedad estratégica excluyen alguna variable verificable y son óptimos en aquellos casos en los que en mayor o en menor medida las acciones que tomen los agentes (secuencialmente) sean complementarios estratégicos. La complementariedad lleva a que en los tramos sujetos a discreción, las decisiones que se tomen formen parte de un equilibrio.

\_

<sup>&</sup>lt;sup>26</sup> La demostración formal es análoga a la que se presenta en el Anexo 2.

El contrato óptimo es uno de opción y el monto pactado es mayor que el monto determinado por un contrato completo. De allí que cuando el gobierno valora más la utilidad del consumidor o la recaudación de impuestos distorsiona la asignación de recursos en otros mercados, el contrato por ambigüedad estratégica no es óptimo. Alcanza los niveles *first best* de las variables, pero hay una pérdida de bienestar social asociada al mayor pago efectuado.

Aunque con un planteo distinto, estas conclusiones se aproximan a las obtenidas por Bös, D. y C. Lülfesmann (1996), quienes trabajan sobre el modelo de *hold-up* de Hart y Moore (1988) y demuestran que un contrato incompleto alcanza el *first best* cuando el comprador es el gobierno. En su caso, la renegociación es importante no sólo para garantizar la existencia de intercambio, sino además para justificar la observación de restricciones presupuestarias blandas en el sector público (un mayor precio posterior a la renegociación).

En este sentido, es importante tener en cuenta que, conceptualmente, el contrato incompleto por ambigüedad estratégica óptimo es más incompleto que el óptimo de Bös, D. y C. Lülfesmann y que bajo los supuestos de estos autores, la renegociación no ocurriría nunca en los modelos que se adaptan en este trabajo. Es decir, no existe incertidumbre sobre la deseabilidad del proyecto y solo el gobierno tiene la posibilidad de reabrir negociaciones si la firma se rehusa a participar.

Básicamente, dos son los aportes de este trabajo: la adaptación de un modelo de intercambio entre agentes privados (Bernheim, D. y M. Whinston, 1998) a un modelo donde el comprador es el gobierno benevolente y la incorporación de los supuestos de Hart, O., A. Shleifer y R. Vishny (1996) respecto del comportamiento de la firma. El primer aspecto contribuye a demostrar que los resultados de Bernheim, D. y M. Whinston son robustos si se mantienen sus supuestos y solo se cambia el comprador por un gobierno benevolente que valora por igual las utilidades de los agentes privados y no enfrenta costo sombra de los fondos públicos. El segundo es interesante porque no es raro que el gobierno desee que la firma sea eficiente e invierta en reducción de costos y a la vez invierta en mejoras de calidad; y, muchas veces, ciertos tipos de esfuerzo para reducir costos afectan adicional y negativamente la calidad del bien.

Una debilidad del trabajo de Bernheim, D. y M. Whinston y, por lo tanto, de este, es que el contrato incompleto por ambigüedad estratégica óptimo es un contrato de opción. Su aplicación en el mundo real puede estar limitada por cuestiones legales; por ejemplo, que las

normas no permitan que el gobierno suscriba este tipo de contratos. Un problema adicional a la legalidad de este tipo de contratos es que la opción es un activo financiero y como tal, debería estar valorada.

Pero quizás la advertencia más seria es que el contrato de opción es óptimo si y solo si el gobierno valora por igual las utilidades y la recaudación de impuestos para pagar el bien no distorsiona la asignación de recursos en otros mercados. Basta con que no se cumpla alguno de los dos supuestos para que el contrato por opción no sea óptimo. Este resultado es bastante fuerte. Por una parte, porque de algún modo se supone que el gobierno representa a las familias frente a la firma, sobre todo si esta tiene poder monopólico, y por lo tanto, es lógico pensar que valora más su bienestar. Por otra parte, porque asumir que la recaudación de impuestos no altera la asignación de recursos en otros mercados (sistema de impuestos *lump sum*) es un supuesto bastante idealista en países que de por sí tienen sistemas ineficientes de recaudación.

Ahora bien, con el contrato por opción el gobierno obtiene valores óptimos de inversión y de cantidad con un costo: la pérdida de bienestar por el mayor pago que debe transferir a la firma. Si se compara con el contrato completo, no es óptimo; sin embargo, el contrato completo no es viable en la realidad y, por lo tanto, se debería comparar con las demás alternativas de contratos incompletos. Esta comparación podría realizarse en trabajos futuros y, de esta manera, caracterizar el *trade off* que existe entre firmar un contrato incompleto tradicional o por ambigüedad estratégica que fije el precio (y no alcanzar en ningún caso los valores óptimos de inversión y cantidad) y uno de opción de compra (y perder bienestar por la mayor transferencia).

Como otra extensión futura, se podría reformular el modelo a fin de incorporar la valuación de la opción. Para ello sería necesario sensibilizar las variables a distintos estados de la naturaleza posibles. Asimismo y como otra línea, podrían levantarse los supuestos sobre cuándo se realiza o no una renegociación *ex post*. Si existe la posibilidad de realizarla, es altamente probable que los resultados obtenidos cambien, por cuanto los jugadores internalizarán dicha posibilidad. Dado que existen dos contratos, uno explícito y otro implícito o autoexigible, es importante analizar qué sucede en el caso de que exista renegociación. La renegociación de un contrato explícito no solo se traduce en un cambio de requisitos sobre variables verificables, sino también en un cambio en el conjunto de acciones posibles dentro del contrato implícito.

#### Anexo 1

Sea  $u'_x(x,i)$ , una función implícita, continua y diferenciable. Por regla de función implícita, la diferencial total de esta función es:

$$d[u'_{x}(x,i)] = u''_{xx}(x,i) dx + u''_{xi}(x,i) di$$

donde:

$$d[u'_x(x,i)] = [u'_x(x,0) - u'_x(x,i^*)] = (1+\lambda)c - (1+\lambda)c = 0 \text{ (de acuerdo con (5) y (8), en el texto)}$$

$$u''_{xx}(x,i) < 0 \text{ y } u''_{xi}(x,i) > 0 \text{ (por los supuestos del modelo)}$$

$$dx = x^{\circ} - x^{*}$$

$$di = i^{\circ} - i^{*} = 0 - i^{*} = -i^{*}$$

Reemplazando y reordenando:

$$x^{\circ} - x^{*} = -[u''_{xi}(x,i)/u''_{xx}(x,i)][-i^{*}] < 0 \Rightarrow x^{\circ} < x^{*}$$
 q.e.d.

#### Anexo 2

Siguiendo a Mas-Colell, A. et al., sea  $\beta$  un conjunto de subconjuntos no vacíos de X, donde X es el conjunto total de pares (x, i) y  $\beta$  es el conjunto de todos los pares (x, i) que pueden ser elegidos, dadas las restricciones. Cada elemento de  $\beta$  es un conjunto B  $\subset$  X y se denomina "conjunto presupuestario". Sea además C(.) una regla de decisión que asigna un conjunto no vacío de elementos elegidos C(B)  $\subset$  B para cada conjunto B.

Cuando es posible firmar un contrato completo, se verifica que:

$$(x^*, i^*), (x^\circ, i^\circ) \in B y C^*(B) = \{(x^*, i^*)\}$$

Bajo el contrato incompleto:

$$(x^*, i^*) \notin B, (x^*, i^\circ), (x^\circ, i^\circ) \in B \ y C^\circ(B) = \{(x^\circ, i^\circ)\}$$
  
y en ambos caso se cumple que  $x^* > x^\circ > 0$  e  $i^* > i^\circ = 0$ .

Con estos elementos, dada una estructura de elección ( $\beta$ , C(.)), una relación de preferencia revelada  $\succ$ \* sobre el comportamiento de las elecciones observadas en C(.) está definida por:

$$(x^*, i^*) \succ^* (x^\circ, i^\circ) \Leftrightarrow \text{existe un } B \in \beta \text{ tal que } (x^*, i^*), (x^\circ, i^\circ) \in B \text{ y } (x^*, i^*) \in C(B)$$

Dado que el segundo término de la equivalencia es verdadero bajo el contrato completo, entonces el primer término también lo es. Informalmente se dice que  $(x^*, i^*)$  se revela preferido a  $(x^\circ, i^\circ)$  si  $(x^*, i^*)$  ha sido alguna vez elegido sobre  $(x^\circ, i^\circ)$  cuando ambos pares eran factibles. Esta es una manera simple de enunciar el axioma débil de preferencia revelada.

Luego, dado que Mas-Colell, A. et al. demuestran que la relación de preferencias reveladas  $\succ^*$  racionaliza C(.) en relación con  $\beta$ , se puede afirmar que  $(x^*, i^*) \succ (x^\circ, i^\circ) \Leftrightarrow U_G^* \ge U_G^\circ$ , q.e.d.

#### Anexo 3

Para mostrar el resultado, se supone: (i) si la firma se encuentra indiferente entre aceptar y no aceptar la oferta del gobierno en t = 3, acepta; (ii) si el gobierno se encuentra indiferente entre ofertar x > 0 o no ofertar (x = 0), oferta x > 0.

Bajo el contrato incompleto por ambigüedad estratégica, que fija el precio por cantidad, p > c, por *backward induction*, en t = 3, toda vez que el gobierno haya ofertado en t = 2 una cantidad x > 0, la firma acepta el intercambio. Si x = 0, no se produce el intercambio. En t = 2, dado un valor de i > 0 y un precio p por unidad, el gobierno comprará una cantidad x que resuelva<sup>27</sup>:

El valor de x > 0 satisface las condiciones de primer orden:

$$\mathbf{u'}_{\mathbf{x}}(\mathbf{x}, \mathbf{i}) = (1 + \lambda)\mathbf{c}$$

$$(p-c)x - i = 0 \Rightarrow x = i / (p-c)$$

Para un valor de i > 0 dado, la cantidad x queda perfectamente determinada por la segunda expresión, siempre que p > c. La firma, en t = 1, elige i tal que:

$$i \in argmax \ U_F = (p\text{-}c) \ [i \ / \ (p\text{-}c)] - i$$

-

<sup>&</sup>lt;sup>27</sup> Recuérdese que i en este caso no es una variable de elección posible para el gobierno; elige la firma y para el gobierno es un dato.

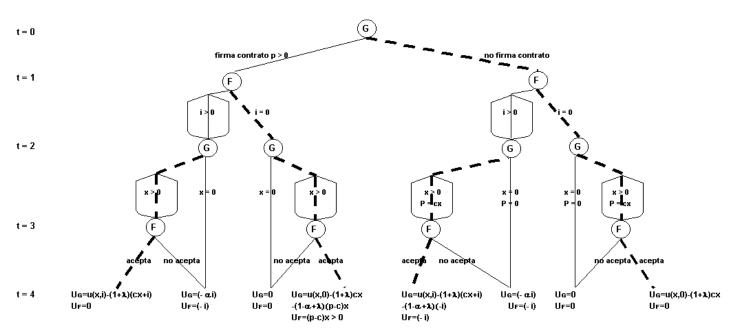
Esta función es máxima para cualquier valor de  $i \ge 0$ . Sin embargo, la alternativa i > 0 no forma parte del *outcome* del subjuego perfecto porque para un x > 0, la firma siempre tiene incentivos para no invertir.

Este resultado es robusto aún si se asume que el gobierno no deja a la firma en el nivel de utilidad de reserva. En efecto, si en t=2 el gobierno elige x>0 sujeto a que  $U_F>0$ , entonces se cumple que x>i / (p-c). En este caso queda aún más claro que la firma elige i=0, dado que si i=0, se sigue cumpliendo que x>0. Por lo tanto, el gobierno siempre elegirá x sujeto a que  $U_F=0$ . Asimismo, el gobierno siempre elegirá x>0, porque si elige x=0, la firma anticipa y con seguridad no invierte.

En ausencia de contrato, en t = 3 la firma acepta si x > 0; en t = 2 el gobierno oferta comprar x > 0 y pagar P > 0, tal que P = cx para cualquier nivel de inversión; y en t = 1, la firma no invierte (i = 0).

Finalmente, en t = 0, el gobierno decide no firmar el contrato, considerando que si lo hace obtiene una utilidad  $U_G = u(x, 0) - (1+\lambda) cx - (1-\alpha+\lambda)(p-c)x$ ; y si no lo hace (contrato totalmente incompleto), obtiene  $U_G = u(x, 0) - (1+\lambda) cx$ . (ver explicación gráfica abajo), q.e.d.

#### Anexo 4



<sup>\*</sup> Las líneas discontinuas gruesas indican las elecciones secuenciales.

<sup>\*\*</sup> Supuestos: (i) si la firma se encuentra indiferente entre aceptar y no aceptar, acepta. (ii) si el gobierno se encuentra indiferente entre ofertar una cantidad x > 0 y no ofertar, oferta.

## Caso 1: $\alpha < 1$ , $\lambda = 0$

Si el gobierno persigue objetivos distributivos, y no enfrenta un costo sombra positivo (que sería el caso en que los impuestos recaudados fueran *lump sum*), la utilidad del gobierno es:

$$U_G = u(x, i) - (cx + i) - (1 - \alpha) U_F$$

Con un contrato completo, su utilidad sería:

$$U_G = u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*)$$

y la firma obtendría  $U_F^* = 0$ .

Con un contrato por opción donde  $P^{**} = u(x^*, i^*)$ , la utilidad del gobierno sería:

$$U^{**}{}_G = u(x^*,\,i^*) - (cx^* + i^*) - (1\text{-}\alpha)\left[u(x^*,\,i^*) - (cx^* + i^*)\right]$$

= 
$$u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*) - (1 - \alpha) [P^{**} - P^*] = \alpha [u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*)]$$

donde resulta evidente que la utilidad es menor y que eso se debe a que la diferencia entre  $P^{**}$  y  $P^*$  representa una desutilidad neta.

## Caso 2: $\alpha = 1$ , $\lambda > 0$

Si el gobierno no tiene objetivos distributivos, pero enfrenta un costo sombra positivo de los fondos públicos, su utilidad es:

$$U_G = u(x, i) - (1+\lambda)(cx + i) - \lambda U_F$$

Con un contrato completo, su utilidad sería:

$$U*_{G} = u(x*, i*) - (1+\lambda)(cx* + i*) = u(x*, i*) - (cx* + i*) - \lambda(cx* + i*)$$

y la firma obtendría  $U_F^* = 0$ .

Con un contrato de opción donde  $P^{**} = u(x^*, i^*)$ , la utilidad del gobierno sería:

$$U^{**}_{G} = u(x^{*}, i^{*}) - (1+\lambda)(cx^{*} + i^{*}) - \lambda[u(x^{*}, i^{*}) - (cx^{*} + i^{*})]$$

= 
$$u(x^*, i^*) - (1+\lambda)(cx^* + i^*) - \lambda[P^{**} - P^*] = u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*) - \lambda u(x^*, i^*)$$

donde se puede constatar que la diferencia entre pagos representa desutilidad neta y por lo tanto la utilidad total bajo el contrato por opción es menor. La utilidad de la firma sería:  $U^{**}_F > 0$ .

## Caso 3: $\alpha = 1$ , $\lambda = 0$

En este caso el gobierno solo maximiza la suma simple de las utilidades del consumidor y de la firma y además no hay distorsiones por la recaudación de impuestos. La utilidad del gobierno es:

$$U_G = [u(x, i) - P] + [P - (cx + i)] = u(x, i) - (cx + i)$$

Con un contrato completo, al igual que con un contrato por opción, la utilidad sería:

 $U^*_G = U^{**}_G = u(x^*, i^*) - (cx^* + i^*)$ . Mientras que en el caso de la firma, con un contrato completo su utilidad es cero, mientras que, con el contrato por opción, es positiva e igual a la del gobierno. q.e.d.

#### Anexo 5

En forma similar a la demostración presentada en el Anexo 3, cuando el gobierno firma un contrato por ambigüedad estratégica donde solo se fija el precio por cantidad, en t=3, toda vez que el gobierno haya ofertado comprar una cantidad x>0, la firma acepta el intercambio. Si x=0, no se produce el intercambio. En t=2, dado un valor de e>0 y un precio p por unidad, el gobierno oferta comprar una cantidad x que resuelve:

$$\text{Max}_{x,\text{UF/e=e>0}} \text{ U}_G = \text{u}(x, e) - (1+\lambda) [c(e)x + e] - (1-\alpha+\lambda) \text{ U}_F$$
  
s.a.  $x \ge 0$ ;  $\text{U}_F = [\text{p-c}(e)]x - e \ge 0$ 

El valor de x > 0 satisface las condiciones de primer orden:

$$u'_{x}(x,e) = (1+\lambda) c(e)$$

$$[p-c(e)]x - e = 0 \Rightarrow x = e / [p-c(e)]$$

Para un valor de e > 0 dado, la cantidad x queda perfectamente determinada por la segunda expresión, siempre que p > c(e). La firma, en t = 1, elige e tal que:

$$e \in \operatorname{argmax} U_F = [p-c(e)] [e/(p-c(e))] - e$$

Esta función es máxima para cualquier valor de  $e \ge 0$ . No obstante, la alternativa  $e = e^*$  no forma parte del *outcome* del subjuego perfecto.

En efecto, para un x > 0, la firma siempre tiene incentivos para invertir e > 0. Si el gobierno en t = 0 fija p tal que  $x = x^*$ , el pago queda "fijado" en  $P = px^*$ . Para dicho pago, la firma maximiza su utilidad eligiendo e tal que satisface la condición c'(e)  $x^* = -1$  y, como ya mostré, en el caso de contrato incompleto tradicional, el nivel de e es mayor que  $e^*$ . La única manera que tiene el gobierno de incentivar a que la firma invierta  $e = e^*$  es sacrificar la cantidad x. A menor x, menor e, dado c'(e) x = -1. Por lo tanto no es posible con este contrato obtener simultáneamente los valores óptimos de x y e.

En ausencia de contrato, el gobierno tiene posibilidad de elegir tanto P como x después de la elección de e; la firma, anticipando que le extraerá toda la renta, sobreinvierte en e  $(e > e^*)$ . El gobierno, entonces, oferta comprar una menor cantidad de x y un pago P menor que  $px^*$ . Por lo tanto, comparando la alternativa del contrato incompleto por ambigüedad estratégica que fija p y la de un contrato totalmente incompleto (ausencia de contrato), el gobierno prefiere la segunda. El contrato no se firma en t = 0. q.e.d.

## Bibliografía

Allen, Franklin y Douglas Gale (1992): "Measurement Distortion and Missing Contingencies in Optimal Contracts", *Economic Theory*, vol. 2, N $^{\circ}$  1, pp. 1 – 26.

Anderlini, Luca y Leonardo Felli (1994): "Incomplete written contracts: undescribable states of nature", *Quaterly Journal of Economics* (109).

Anderlini, Luca y Leonardo Felli (1996): "Costly contingent contracts", *Theoretical Economics Discussion Paper*, TE/96/313, STICERD, London School of Economics.

Baron, David P. y Roger B. Myerson (1982): "Regulating a Monopolist with unknown costs", *Econometrica*, vol. 50, N° 4, (Julio), pp. 911 – 930.

Bernheim, Douglas y Michael Whinston (1998): "Incomplete Contracts and Strategic Ambiguity", *The American Economic Review*, vol. 88, N° 4, (Septiembre), pp. 902 – 932.

Bös, Dieter y Christoph Lülfesmann (1996): "The Hold-Up Problem in Government Contracting", *Scandinavian Journal of Economics*, vol. 98, N° 1, pp. 53 – 74.

Farrel, Joseph y Carl Shapiro (1989): "Optimal Contracts with Lock-In", *The American Economic Review*, vol. 79, N° 1, (Marzo), pp.51 – 67.

Hart, Oliver y Bengt Holmström (1987): "The theory of contracts", en T.F. Bewley (ed.) *Advances in Economic Theory, Fifth World Congress*, Cambridge University Press.

Hart, Oliver y John Moore (1998): "Foundations of Incomplete Contracts", *NBER Working Paper Series*, N° 6726, National Bureau of Economic Research, Cambridge.

Hart, Oliver y John Moore (1988): "Incomplete Contracts and Renegotiation", *Econometrica*, vol. 56, No 4, (Julio), pp. 755 - 785.

Hart, Oliver, Andrei Shleifer y Robert Vishny (1996): "The proper scope of government: Theory and an application to prisons", *Discussion Paper Series*, N° 1778. Harvard University, Cambridge, Massachusetts.

Hege, Ulric y Viala Pascale (1997): "Contentius Contracts", draft, Tillburg University and CEPR, Université de Montréal and CIRANO, (Septiembre).

Laffont Jean-Jaques y Jean Tirole (1993): *A Theory of Incentives in Procurement and Regulation*, Massachusetts Institute of Technology.

Mas-Colell, Andreu, Michael D. Whinston y Jerry R. Green (1995): *Microeconomic Theory*, Oxford University Press.

Mukerji, Sujoy (1996): "Ambiguity Aversion and incompleteness of Contractual Form", *Discussion Papers in Economics and Reconometrics*, University of Southampton, N° 9616, (Marzo).

Nöldeke, Georg y Klaus Schmidt (1995): "Option Contracts and Renegotiation: A Solution to the Hold-Up Problem", *Rand Journal of Economics*, vol. 26, N° 2, (Summer), pp. 163 - 179.

Nöldeke, Georg y Klaus Schmidt (1998): "Sequential investments and options to own", *Rand Journal of Economics*, vol. 29, N° 4, (Winter), pp. 633 – 653.

Saavedra, Eduardo (1998): "Renegotiating Incomplete Contracts: Over and Under-investment in Public Infraestructure Franchising", *Revista de Análisis Económico*, vol. 13, N° 1, (Junio), pp. 149 - 179.

Takayama, Akira (1985): *Mathematical economics*, 2<sup>a</sup>. ed., Cambridge University Press, impresión 1996.